Número dicromático de digráficas circulantes

Nahid Yelene Javier Nol

Bernardo Llano
Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

XXVIII Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas Combinatoria y sus Aplicaciones

Morelia, Michoacán, del 4 al 8 de marzo de 2013

Contenido

mático de una digráfica D ($\mathbf{dc(D)}$) es el mínimo
s que se requieren para colorear los vértices de D
e las clases cromáticas inducen subdigráficas

IÓN

o dicromático de una digráfica D ($\mathbf{dc}(\mathbf{D})$) es el mínimo
e colores que se requieren para colorear los vértices de D
nera que las clases cromáticas inducen subdigráficas
en D.

DEFINICIÓN

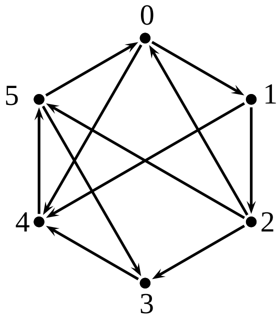
l **número dicromático** de una digráfica D ($\mathbf{dc(D)}$) es el mínimo úmero de colores que se requieren para colorear los vértices de D e tal manera que las clases cromáticas inducen subdigráficas cíclicas en D.

Definición

El **número dicromático** de una digráfica D ($\mathbf{dc}(\mathbf{D})$) es el mínimo número de colores que se requieren para colorear los vértices de D de tal manera que las clases cromáticas inducen subdigráficas acíclicas en D.

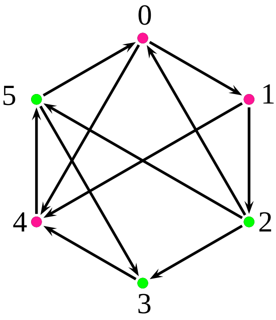
DEFINICIÓN

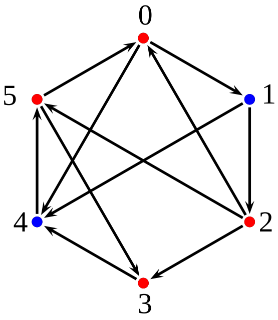
El **número dicromático** de una digráfica D ($\mathbf{dc}(\mathbf{D})$) es el mínimo número de colores que se requieren para colorear los vértices de D de tal manera que las clases cromáticas inducen subdigráficas acíclicas en D.

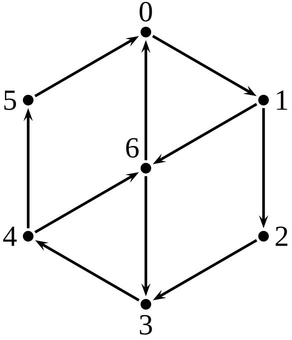


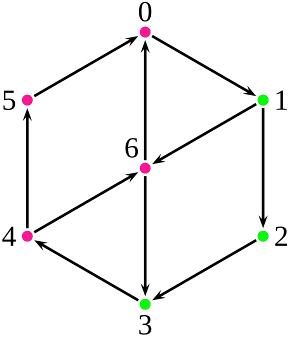
Definición

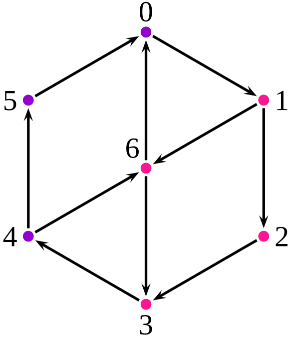
El **número dicromático** de una digráfica D ($\mathbf{dc}(\mathbf{D})$) es el mínimo número de colores que se requieren para colorear los vértices de D de tal manera que las clases cromáticas inducen subdigráficas acíclicas en D.






0
1
2
3
4
5
6


0
1
2
3
4
5
6


0
1
2
3
4
5
6

el conjunto de los enteros módulo n y J un subconjunto de tal que $w \in J$ si y sólo si $-w \notin J$, $\forall w \in \mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$, lo cual ue $|J| \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$.

Sea $\mathbb{Z}_n$ el conjunto de los enteros módulo n y J un subconjunto de $\mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$ tal que $w \in J$ si y sólo si $-w \notin J$, $\forall w \in \mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$, lo cual implica que $|J| \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$.

Sea $\mathbb{Z}_n$ el conjunto de los enteros módulo n y J un subconjunto de $\mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$ tal que $w \in J$ si y sólo si $-w \notin J$, $\forall w \in \mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$, lo cual implica que $|J| \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$.

IÓN

ficas circulantes $\overrightarrow{C}_{2n+1}(J)$ están dadas por

$) = \mathbb{Z}_n,\ A(\overrightarrow{C}_n(J)) = \{(i,j) : i,j \in \mathbb{Z}_n$ y $j-i \in J\}$.

Sea $\mathbb{Z}_n$ el conjunto de los enteros módulo n y J un subconjunto de $\mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$ tal que $w \in J$ si y sólo si $-w \notin J$, $\forall w \in \mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$, lo cual implica que $|J| \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$.

DEFINICIÓN

Las **digráficas circulantes** $\overrightarrow{C}_{2n+1}(J)$ están dadas por $V(\overrightarrow{C}_n(J)) = \mathbb{Z}_n$, $A(\overrightarrow{C}_n(J)) = \{(i,j) : i,j \in \mathbb{Z}_n$ y $j - i \in J\}$.

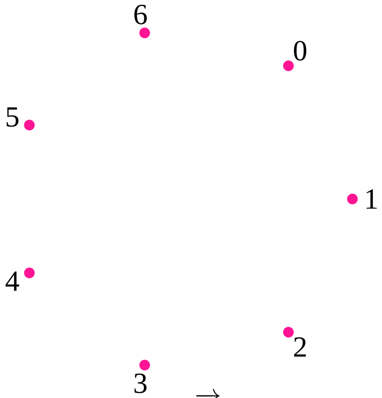


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

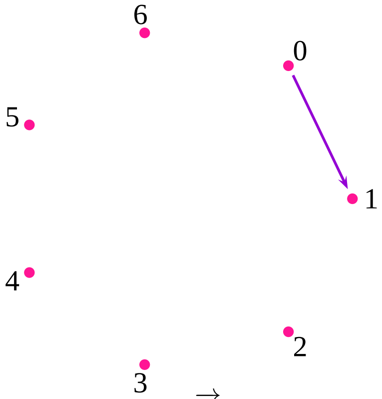


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

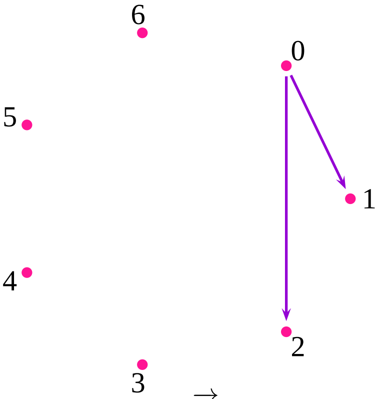


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

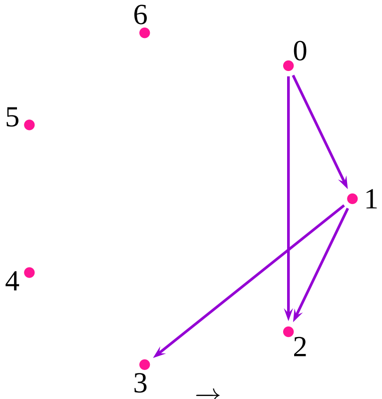


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

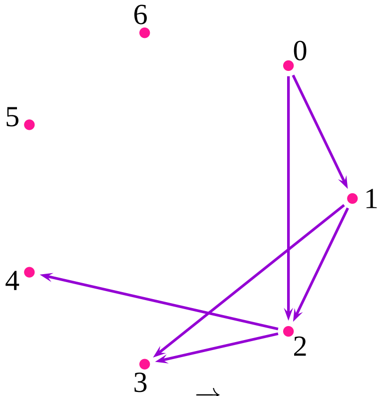


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

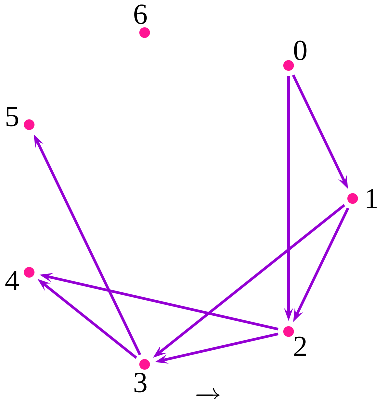


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

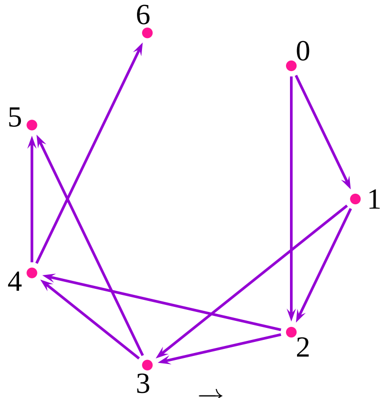


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

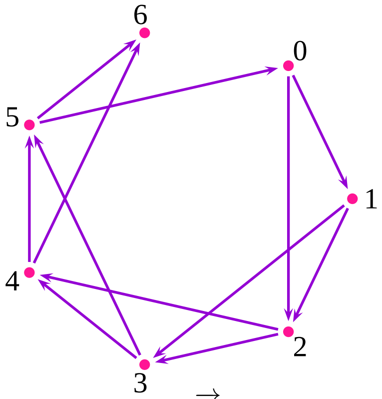


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

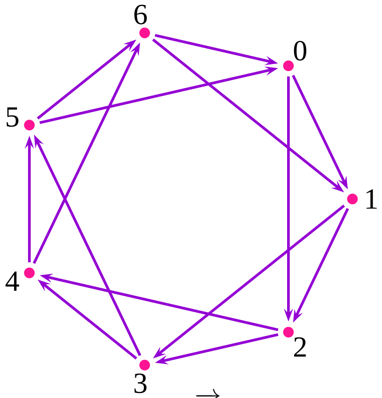


FIGURA: $\overrightarrow{C}_7(1,2)$

Teorema (Llano B, JN)

Si $n = 2(k + j - 1)$ *con* $j < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(j,k) \cong \overrightarrow{C}_n(1, j^{-1}k)) = 2$.

$$P_1 = \{0, 1, 2, \dots, n - (k + j)\}$$

$$P_2 = \{n - (k + j) + 1, \dots, n - 2, n - 1\}$$

Teorema (Llano B, JN)

Si $n = 2(k + j - 1)$ *con* $j < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(j,k) \cong \overrightarrow{C}_n(1, j^{-1}k)) = 2$.

$$P_1 = \{0, 1, 2, \ldots, n - (k + j)\}$$

$$P_2 = \{n - (k + j) + 1, \ldots, n - 2, n - 1\}$$

Teorema (Llano B, JN)

Si $n = 2(k + j - 1)$ *con* $j < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(j,k) \cong \overrightarrow{C}_n(1, j^{-1}k)) = 2$.

$$P_1 = \{0, 1, 2, \ldots, n - (k + j)\}$$

$$P_2 = \{n - (k + j) + 1, \ldots, n - 2, n - 1\}$$

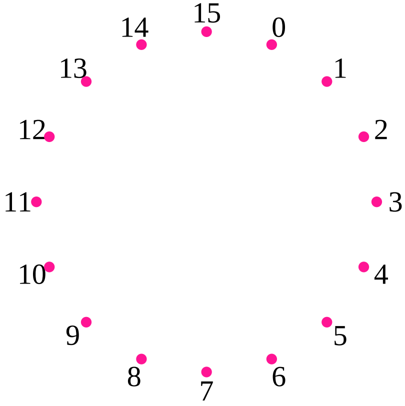


Figura: $\overrightarrow{C}_{16}(3,4)$

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $n = 2(k + j - 1)$ *con* $j < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(j,k) \cong \overrightarrow{C}_n(1, j^{-1}k)) = 2$.

$$P_1 = \{0, 1, 2, \ldots, n - (k + j)\}$$

$$P_2 = \{n - (k + j) + 1, \ldots, n - 2, n - 1\}$$

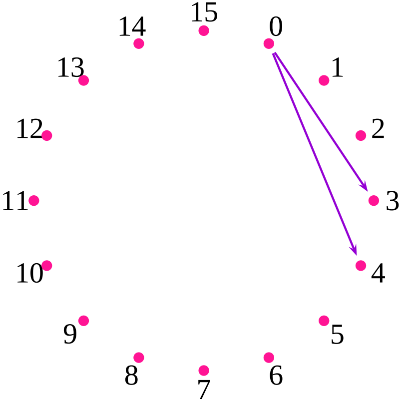


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{16}(3,4)$

TEOREMA

Si $n = 2(k+j-1)$ *con* $j < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(j,k) \cong \overrightarrow{C}_n(1, j^{-1}k)) = 2$.

$$P_1 = \{0, 1, 2, \ldots, n-(k+j)\}$$

$$P_2 = \{n-(k+j)+1, \ldots, n-2, n-1\}$$

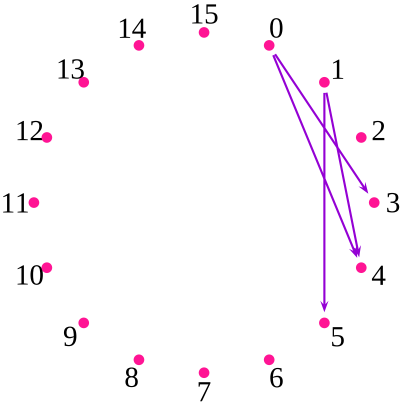


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{16}(3,4)$

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $n = 2(k + j - 1)$ *con* $j < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(j,k) \cong \overrightarrow{C}_n(1, j^{-1}k)) = 2$.

$$P_1 = \{0, 1, 2, \ldots, n - (k + j)\}$$
$$P_2 = \{n - (k + j) + 1, \ldots, n - 2, n - 1\}$$

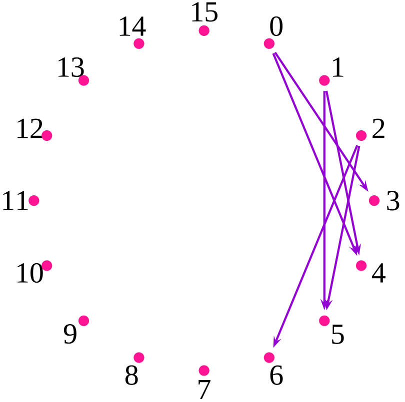


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{16}(3,4)$

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $n = 2(k + j - 1)$ *con* $j < k < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$*. Entonces*
$dc(\overrightarrow{C}_n(j,k) \cong \overrightarrow{C}_n(1, j^{-1}k)) = 2$*.*

$$P_1 = \{0, 1, 2, \ldots, n - (k + j)\}$$
$$P_2 = \{n - (k + j) + 1, \ldots, n - 2, n - 1\}$$

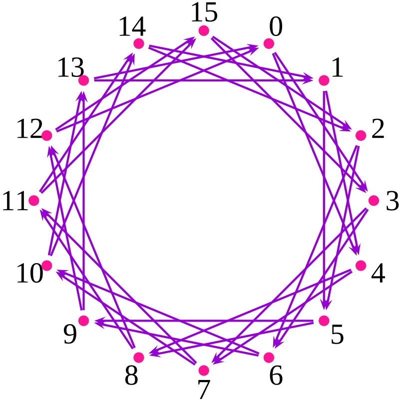


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{16}(3,4)$

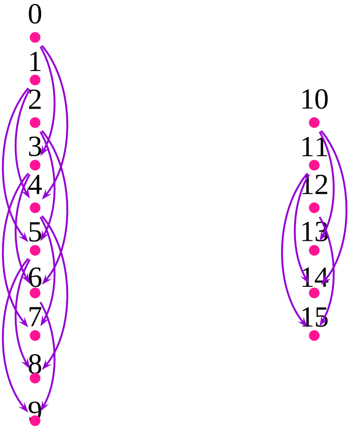


FIGURA: Partición de $\overrightarrow{C}_{16}(3,4)$

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(k,k+1,k+2)$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(k,k+1,k+2)) = 2$.

$$P_1 = \{0,1,\ldots,n-k-4\} \quad \text{y} \quad P_1 = \{n-k-3,\ldots,n-1\}$$

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(k,k+1,k+2)$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(k,k+1,k+2)) = 2$.

$P_1 = \{0,2,\ldots,n-k-4\}$ y $P_1 = \{n-k-3,\ldots,n-1\}$

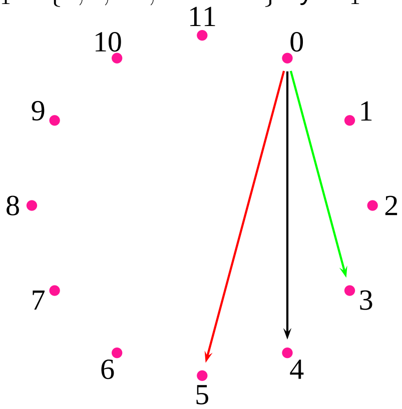


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{12}(3,4,5)$.

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(k,k+1,k+2)$*. Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(k,k+1,k+2))=2$*.*

$$P_1=\{0,2,\ldots,n-k-4\} \text{ y } P_1=\{n-k-3,\ldots,n-1\}$$

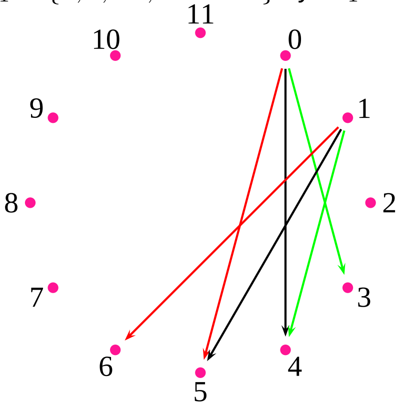


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{12}(3,4,5)$.

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(k,k+1,k+2)$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(k,k+1,k+2)) = 2$.

$$P_1 = \{0,2,\ldots,n-k-4\} \quad \text{y} \quad P_1 = \{n-k-3,\ldots,n-1\}$$

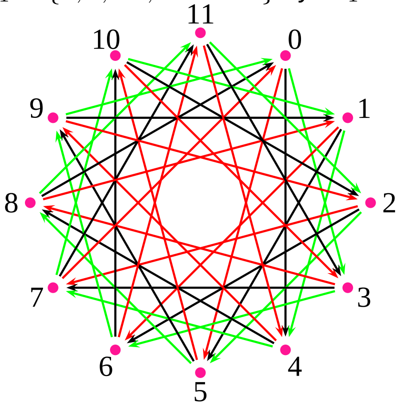


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{12}(3,4,5)$.

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(k, k+1, k+2)$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(k, k+1, k+2)) = 2$.

$$P_1 = \{0, 1, \ldots, n-k-4\} \text{ y } P_1 = \{n-k-3, \ldots, n-1\}$$

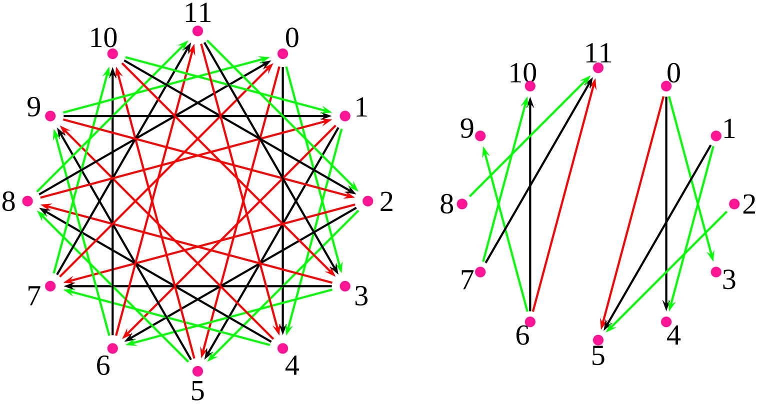


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{12}(3,4,5)$ y su 2-partición.

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}(1,2,\ldots,k)$ *con* $k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}(1,2,\ldots,k)) = 2$.

$$P_1 = \{0,1,2,\ldots,n-(k+1)\}$$

$$P_2 = \{n-k,\ldots,n-2,n-1\}$$

COROLARIO (V. NEUMANN-LARA, J. URRUTIA, 1984)

Si T_{2n+1} *es un torneo regular, entonces* $dc(T_{2n+1}) = 2$ *si y sólo si* $T_{2n+1} \cong \overrightarrow{C}_{2n+1}\langle\emptyset\rangle$.

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}(1,2,\ldots,k)$ *con* $k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}(1,2,\ldots,k)) = 2$.

$$P_1 = \{0,1,2,\ldots,n-(k+1)\}$$
$$P_2 = \{n-k,\ldots,n-2,n-1\}$$

COROLARIO (V. NEUMANN-LARA, J. URRUTIA, 1984)

Si T_{2n+1} *es un torneo regular, entonces* $dc(T_{2n+1}) = 2$ *si y sólo si* $T_{2n+1} \cong \overrightarrow{C}_{2n+1}\langle\emptyset\rangle$.

$\overrightarrow{C}_n(1,2,n-3)$.

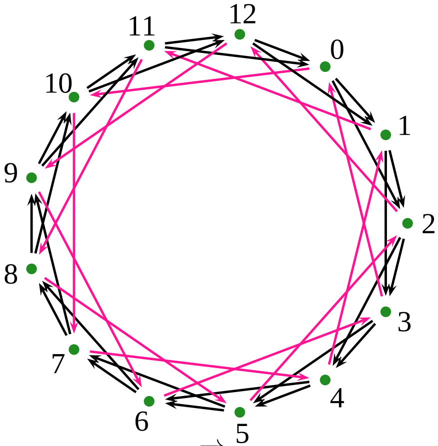


FIGURA: $\overrightarrow{C}_{13}(1,2,10)$.

Teorema (Llano B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(1,2,-3) = \overrightarrow{C}_n(1,2,n-3)$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,2,n-3)) = 3$.

Si $n = 2m$,

$P_1 = \{0,2,\ldots,2m-4\}$, $P_2 = \{1,3,\ldots,2m-3\}$ y $P_3 = \{2m-2,2m-1\}$.

Si $n = 2m+1$,

$$P_1 = \{0,2,\ldots,2m-2\}\text{ , }P_2 = \{1,3,\ldots,2m-1\}\text{ y }P_3 = \{2m\}.$$

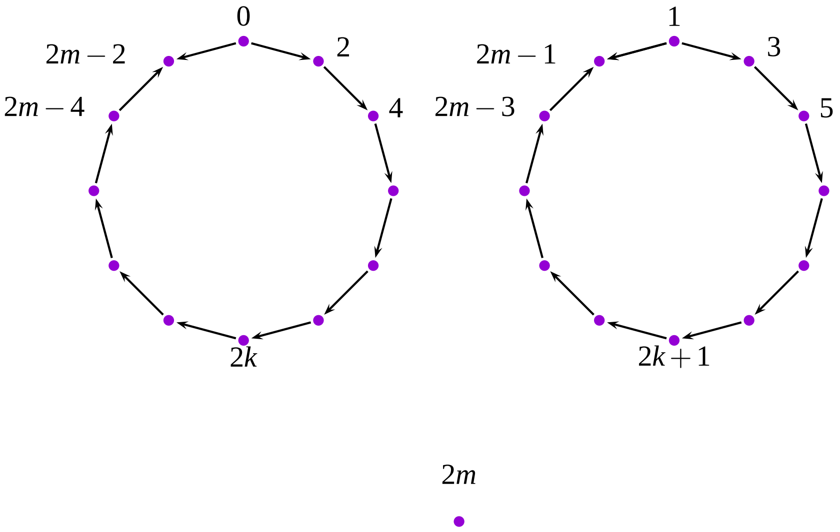


FIGURA: Partición de $\overrightarrow{C}_{2m+1}(1,2,2m-2)$

Teorema (Llano B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))) = 3$.

Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1)))=3$.

Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$

Teorema (Llano B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))=3$.

Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$

Teorema

Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$. Entonces $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1)))=3$.

Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$

Teorema (Llano B, JN)

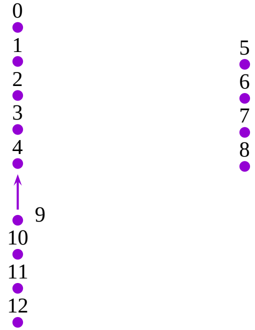
Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$*. Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1)) = 3$*.*

Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$

TEOREMA (LLANO B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$*. Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))=3$*.*

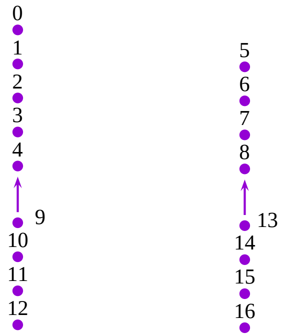
Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$



Teorema (Llano B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))=3$.

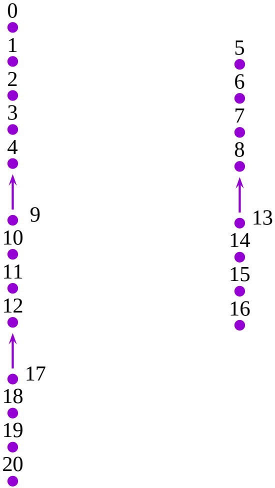
Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$



Teorema (Llano B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))=3$.

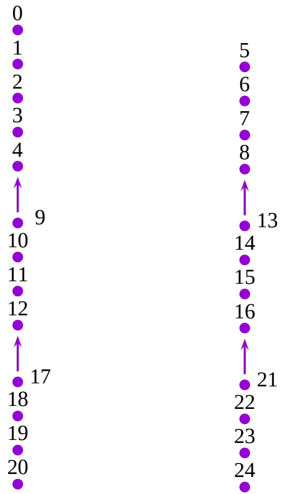
Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$



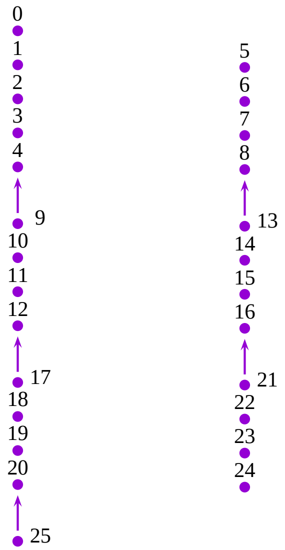
Teorema (Llano B, JN)

Si $\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))$. *Entonces* $dc(\overrightarrow{C}_n(1,k,n-(k+1))=3$.

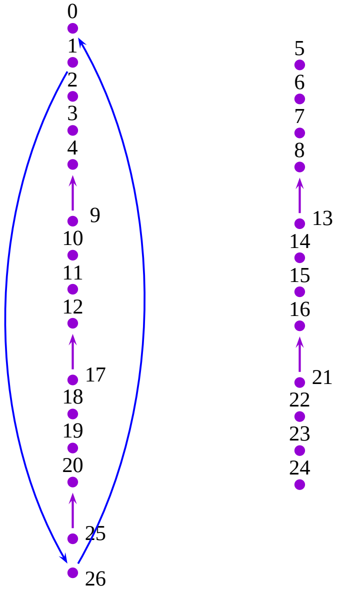
Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$



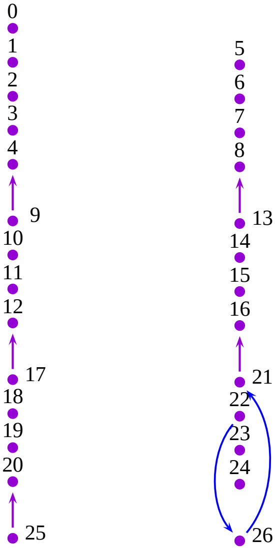
Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$



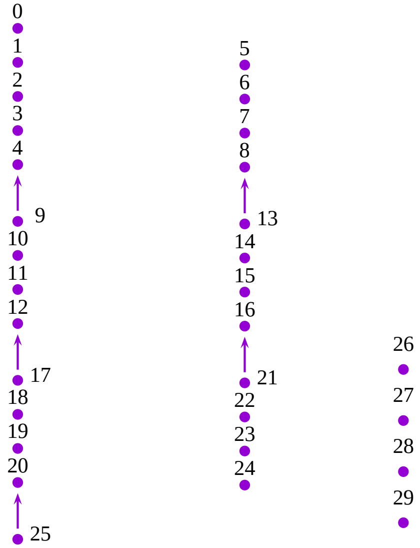
Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$



Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$



Ejemplo: $\overrightarrow{C}_{30}(1,4,25)$



¡GRACIAS!