

# Resúmenes

28 de febrero de 2013

**Javier Cano Vila**

Iluminando galerías de arte en 3D

UNAM

Investigación

El problema de la galería de arte es un problema clásico de geometría computacional y combinatoria. El problema consiste en acotar la cantidad de guardias necesarios y suficientes para mantener vigilado el interior de una galería de arte. Normalmente, la galería de arte es un polígono simple en el plano y los guardias (veces llamados focos o luces) son puntos en el interior de la galería y diremos que un punto de la galería  $p$  es vigilado por un guardia  $g$  si el segmento de recta que los une está completamente contenido en la galería (pensemos que los guardias tienen visión omnidireccional). En esta plática hablaremos de este problema pero ahora la galería será un poliedro en el espacio tridimensional. El resultado que presentaremos es el primero en dar respuesta a una pregunta hecha por Jorge (Urrutia) hace ya más de una década.

**Carolina Medina Graciano**

Sobre el número de cruce de  $C_m \times C_n$

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Investigación

En esta plática se presenta el último resultado general respecto al número de cruce del producto cartesiano de dos ciclos  $cr(C_m \times C_n)$  para el cual se conjetura un valor exacto dado por  $cr(C_m \times C_n) = n(m - 2)$  para  $n \geq m \geq 3$ .

**Ilan A. Goldfeder**

Una buena generalización de las digráficas multipartitas semicompletas

Instituto de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México

Investigación

**Luis Eduardo Urbán Rivero**

Modelos lineales para problemas de captura de objetos sobre una recta  
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco  
Póster

En un enfoque del problema del agente viajero se busca el recorrido más rápido que pase por todas las ciudades que debe visitar. Una generalización de este problema, conocida como el problema del agente viajero con objetos móviles, considera que no sólo se mueve el agente sino que también se mueven los lugares que debe visitar. Dicho problema se pudiera presentar en el reabastecimiento de combustibles a embarcaciones que siguen una ruta y que no pueden detenerse. Evidentemente se requieren las siguientes condiciones:

- La velocidad del agente debe ser suficiente para alcanzar a todos los objetos móviles.
- Se debe conocer la trayectoria de los objetos móviles.

En particular, si los objetos se mueven a velocidad uniforme y el agente es más rápido que ellos, entonces los podrá alcanzar. En este trabajo se muestran unos avances sobre una variante unidimensional de este problema, en la cual los puntos a visitar existen sólo durante un intervalo de tiempo, se deben atrapar en un orden preestablecido y hay dos objetivos de interés: el tiempo mínimo de captura y la distancia mínima recorrida por el agente.

**Miguel Raggi**

Bicoloraciones vs Pseudo-orientaciones en mapas  
CCM-UNAM Morelia  
Investigación

Hablaremos de bicoloraciones consistentes de banderas en mapas, y veremos que son una generalización de orientaciones y pseudo-orientaciones.

**Sara Jani Murillo Garcia**

Un puente entre arreglos de curvas, gráficas y superficies  
UNAM, Facultad de Ciencias  
Reporte de Tesis

Hay un vínculo entre los arreglos de curvas y el encaje de un gráfica en una superficie a través de los caminos de Petrie. En esta plática se pretende dar una noción general de como funciona este operador y algunos resultados importantes que se han estudiado en esta tesis.

**Criel Merino López**

El polinomio característico de un matroide  
IMATE-UNAM sede Oaxaca  
Investigación

Dada una gráfica  $G = (V, E)$ , tenemos una función asociada  $r$ , que va de los subconjuntos de  $E$  a los naturales y que se define como el tamaño de un bosque generador máximo contenido en la subgráfica generadora  $H = (V, A)$ . Definimos un matroide  $M = (E, r)$  como una generalización de esto a un conjunto finito  $E$ , con una función  $r$  que satisface las mismas propiedades que en el caso de las gráficas. Utilizando la función  $r$ , también podemos definir un polinomio asociado a los matroides, llamado polinomio característico, generalizando el polinomio cromático, que es un invariante muy conocido en Teoría de Gráficas. Continuando con nuestra extensión de gráficas a matroides explicamos brevemente el ancho de rama de una gráfica y el de un matroide. Finalmente, exponemos el resultado obtenido recientemente, conjuntamente con R. Hall y S. Noble, que explica porque para un campo finito  $\mathbb{F}$  y una constante  $k$ , existe una constante  $c_{k, \mathbb{F}}$  tal que para todo matroide  $M$   $\mathbb{F}$ -representable con ancho de rama a los más  $k$ , el polinomio característico de  $M$  no tiene zeros mayores a  $c_{k, \mathbb{F}}$ .

**Diego González-Moreno**  
 Conexidad restringida en gráficas y digráficas  
 UAM-Cuajimalpa  
 Investigación

Una gráfica es *conexa* si entre cualquier par de vertices hay una trayectoria que los une. La conexidad por aristas de una gráfica  $G$  se define como el mínimo número de aristas que hay que quitar de  $G$  para que la gráfica resultante no sea conexa. Una digráfica  $D$  es *fuertemente conexa* si para todo par de vértices  $u, v \in V(D)$  existe una  $uv$ -trayectoria y una  $vu$ -trayectoria. La conexidad (por aristas) de una digráfica  $D$  se define como el mínimo número de flechas que hay que quitar de  $D$  para que esta deje de ser fuertemente conexa. En la definición de la conexidad no hay ninguna restricción sobre las componentes o el conjunto de corte. Entonces una generalización natural de la noción de conexidad es introducir alguna condición o restricción al conjunto separado o a las componentes conexas. En esta plática veremos el concepto de conexidad restringida, el cual es un tipo de conexidad en el cual se imponen condiciones sobre el conjunto de corte de una gráfica o digráfica.

**José Antonio Montero Aguilar**  
 Poliedros Regulares en el 3-Toro  
 Posgrado Conjunto en Ciencias Matemáticas - UMSNH/UNAM  
 Reporte de Tesis

En los 70's Grünbaum publicó una lista de 47 poliedros regulares que compartían algunas propiedades de simetría con los sólidos platónicos. En los 80's Dress encontró un poliedro más y probó que la lista de 48 poliedros regulares en el espacio euclidiano  $\mathbb{E}^3$  es completa. En 1982 Danzer y Schulte introdujeron el concepto de politopo abstracto, concepto que generaliza a los polígonos y poliedros geométricos, rescatando su estructura combinatoria; y en los 90's McMullen y Schulte prueban, de una forma distinta, que la lista de Grünbaum y Dress

es completa. Una vez resuelto el problema en el espacio euclidiano es natural preguntarse qué pasa en otros espacios. En la plática abordaremos el problema para el 3-toro  $\mathbb{T}_\tau^3 := \mathbb{E}^3/\tau$  donde  $\tau$  es un grupo generado por 3 traslaciones linealmente independientes.

**Amanda Montejano**

Coloraciones de gráficas planas sin caras heterocromáticas  
Facultad de Ciencias UNAM-Juriquilla  
Investigación

Dada una gráfica plana  $G$ , denotamos por  $\chi_f(G)$  al máximo número de colores con que se pueden colorear los vértices de  $G$  sin que aparezcan caras heterocromáticas. En esta plática, repasaremos brevemente lo que se sabe al respecto de este parámetro, y probaremos una cota superior justa, en función del orden, para gráficas planas maximales.

**Rodríguez Mendoza Ana Beatriz**

Por anunciar.  
UAM-C  
Investigación

**Rodolfo San Agustín Chi**

Como no construir configuraciones geométricas  $(19_4)$ .  
Facultad de Ciencias, UNAM  
Investigación

Ponga aquí su resumen. Puede usar código LaTeX. En esta charla daremos algunos ejemplos y mencionaremos varios resultados recientes acerca de la construcción y conteo de configuraciones de tipo  $(n_k)$ , tanto geométricas como de las otras.

**Leonardo Ignacio Martínez Sandoval**

Hall y matrimonios en geometría  
UNAM  
Investigación

El teorema del matrimonio de Hall puede pensarse como una condición necesaria y suficiente para que exista un conjunto heterocromático de puntos distintos en la recta real. Con esto en mente, proponemos el problema de estudiar condiciones tipo Hall que nos den resultados en contextos geométricos. Utilizando un resultado topológico de Aharoni y Haxell, damos una condición tipo Hall lineal para encontrar una familia heterocromática de bolas disjuntas dos a dos y damos una condición tipo Hall cuadrática para encontrar un conjunto heterocromático de puntos en el plano en posición general.

## Mario Aurelio Yáñez Molina

Dominación Romana  
Facultad de Ciencias, UNAM  
Reporte de Tesis

A finales del siglo IV de nuestra era, el imperio romano abarcaba una muy amplia extensión de territorio: el norte de África, Medio Oriente y cerca de la mitad de Europa, a pesar de ello, se encontraba en clara decadencia y no duraría un siglo más. En éste contexto, el emperador Constantino siguió un par de reglas para posicionar las (cada vez menos) tropas en tan vasta extensión: cada territorio debía tener dos tropas en él, sólo una, o ninguna pero ser adyacente a un territorio con dos (que pudiera defenderlo). Con ésta idea en mente, dada una gráfica  $G$ , una función de dominación romana es una función  $f : V \rightarrow \{0, 1, 2\}$  que cumple que cada vértice con  $f(v) = 0$  debe ser adyacente a otro vértice,  $u$  tal que  $f(u) = 2$ . Se presentarán algunos resultados básicos sobre éste tipo especial de dominación, así como sus posibles aplicaciones.

## Ulises Morales Fuentes

Demostración combinatoria del anudamiento intrínseco de la gráfica  $K_7$ .  
Instituto de Matemáticas UNAM  
Reporte de Tesis

Una gráfica  $G$  se dice que es intrínsecamente anudada si para cualquier encaje  $f : G \rightarrow \mathbb{R}^3$  existe un ciclo  $C$  de  $G$  tal que  $f|_C$  es un nudo no trivial. En esta plática se demostrará de manera combinatoria que la gráfica  $K_7$  es intrínsecamente anudada.

## Natalia García-Colín

Rompecabezas Simpliciales  
Instituto de Matemáticas, UNAM  
Investigación

Es conocido que un isomorfismo entre los vértices de las gráficas duales de dos politopos convexos simpliciales se puede extender a un isomorfismo entre los politopos dado por una correspondencia entre sus vertices. A modo de *generalización* del concepto de la gráfica dual de un politopo simplicial, hemos definido el rompecabezas simplicial de un complejo simplicial homogéneo de dimensión  $d$  con  $n$  simplejos maximales  $\{\sigma_1, \dots, \sigma_n\}$ , como la matriz  $A = (a_{ij})_{i=1, j=1}^n$  cuyas entradas  $a_{ij}$  expresan el tamaño de la intersección de cada par de simplejos (i.e.  $\dim(\sigma_i \cap \sigma_j) = a_{ij}$ ). Hemos probado que un isomorfismo entre los rompecabezas simpliciales de dos superficies sin frontera en general puede extenderse a un isomorfismo simplicial entre los dos complejos, excepto si uno de ellos es una de dos triangulaciones del plano proyectivo.

**Luis Francisco Hernández Sánchez**

Un modelo para un problema de limpieza periódica  
Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco  
Póster

Consideremos una ciudad en la que todas las calles tienen un carril en cada dirección y en la que puede haber autos estacionados en cualquiera de los dos carriles. Para limpiar las calles de esa ciudad con una barredora, se ha decidido hacerlo en dos días de la siguiente forma: El primer día los autos de cada calle se estacionan en uno de los dos carriles para que se limpie el otro carril, mientras que el segundo día la situación se invierte. La barredora puede pasar también por los carriles donde haya autos, pero no los puede limpiar. Como cada carril tiene un costo asociado a pasar por él, se desea minimizar el costo total asociado a limpiar la ciudad en dos días. Presentaremos un modelo basado en gráficas y programación entera que se podría usar para resolver este problema.

**Manuel Alejandro Juárez Camacho**

Solución a 3 conjeturas sobre reyes y núcleos  
UNAM, Facultad de Ciencias  
Investigación

Un  $k$ -rey en una digráfica es un vértice que alcanza a cualquier otro vértice en a lo más distancia  $k$ . Un  $k$ -núcleo  $N$  en una digráfica es un conjunto de vértices tal que  $d(u, v) \geq k$  para cualesquiera  $u, v \in N$  y  $d(w, N) < k$  para todo  $w \notin N$ . Una digráfica es  $k$ -cuasi-transitiva si para toda  $uv$ -trayectoria de longitud  $k$  se tiene que  $u$  y  $v$  son adyacentes. Para digráficas  $k$ -cuasi-transitivas fuertes Hortensia Galeana y César Cruz conjeturaron las siguientes propiedades:

1. Si  $k \geq 3$  es un entero impar entonces  $D$  tiene un  $(k + 2)$ -núcleo (El caso par lo demostraron).
2. Si  $k \geq 3$  es un entero impar entonces  $D$  tiene un  $(k + 1)$ -núcleo.
3. Si  $k \geq 2$  es un entero par entonces  $D$  tiene un  $(k + 1)$ -núcleo.

Hicieron tal separación de casos pues el caso par es más amigable que el caso impar. La primera conjetura es equivalente a la existencia de  $(k + 1)$ -reyes en tales digráficas, es cierta, fue demostrada por medio de reyes y hablé de ella el año pasado. Este año les traigo la solución a las otras 2 conjeturas y nuevamente los reyes hacen de las suyas.

**José de Jesús Pelayo Gómez**

Gráficas en Espacios Polacos  
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, UMSNH  
Reporte de Tesis

En esta charla abordaremos algunos resultados sobre las coloraciones Borel y el número cromático de Borel. También se dará un esboce de la prueba del teorema de Erdős-Bruijn.

**Mika Olsen**

Inconexión acíclica y el cuello dirigido en digráficas.  
UAM Cuajimalpa  
Investigación

La *inconexión acíclica*  $\vec{\omega}(D)$  de una digráfica  $D$  fue definida por Víctor Neumann-Lara en 1999 como el máximo número de componentes conexas de la gráfica subyacente de  $D \setminus A(D^*)$  donde  $D^*$  es una subdigráfica acíclica de  $D$ . De la misma manera,  $\vec{\omega}(D)$  se puede definir como el máximo número de colores para el cual existe una coloración de los vertices de  $D$  que no producen ciclos propiamente coloreados (cualquier par de vertices adyacentes sobre un ciclo dirigido  $\vec{C}$  tienen colores distintos). Hay otras maneras de definir la inconexión acíclica que también resultan importantes dependiendo del contexto. Un valor pequeño para  $\vec{\omega}(D)$  implica una estructura compleja de los ciclos dirigidos en  $D$ . La inconexión acíclica se ha estudiado principalmente en torneos y recientemente en torneos bipartitos. En esta plática, presentamos resultados de una relación entre la inconexión acíclica de una digráfica y la cintura dirigida. Establecemos cotas justas para la inconexión acíclica de una digráfica en términos de la cintura dirigida. Además, mostramos una familia de torneos bipartitos basados en planos proyectivos con inconexión acíclica igual a 3. Estos torneos bipartitos son contraejemplos de una conjetura puesta por A.P. Figueroa, B. Llano, M. Olsen y E. Rivera acerca de la inconexión acíclica de un torneo bipartito diciendo que el 4-ciclo es el único torneo bipartito con inconexión acíclica igual a 3.

**Isabel Hubbard**

Poliedros proyectivos altamente simétricos  
IMATE-UNAM  
Divulgación

En esta plática, basándonos en la idea clásica de los polígonos y poliedros convexos, definiremos lo que entendemos por un polígono y un poliedro en el espacio proyectivo tridimensional. Veremos que es una simetría de un poliedro proyectivo y daremos ejemplos de poliedros proyectivos con mucha simetría. Si el tiempo nos lo permite, veremos además como cualquier teselación del toro con cuadrados, cuatro en cada vértice puede verse como un poliedro proyectivo

**Daniel Pellicer**

Tres trucos tridimensionales  
UNAM, unidad Morelia  
Divulgación

En esta plática se mostrarán tres sorprendentes modelos dinámicos tridimensionales. Se justificará su funcionamiento con tres teselaciones del espacio euclidiano, cada una con un solo tipo de pieza.

**Ernesto Alejandro Vázquez Navarro**

Por anunciar.

UNAM - Facultad de Ciencias

Investigación

**Jose Ferran Valdez Lorenzo**

Mapas en Monstruos de Loch Ness

CCM UNAM

Investigación

En esta plática introducimos la noción de cubriente mínimo regular de un mapa y demostraremos que todos los cubrientes mínimos regulares de un mapa arquimedeano ocurren en una superficie topológica con género infinito y un solo fin. Este resultado es consecuencia de un teorema clásico de Stallings sobre fines de grupos.

**José Luis Cosme Álvarez**

Torneos tensos y no tensos

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Investigación

Diremos que una digráfica es tensa, si toda 3-coloración de sus vértices, deja al menos un triángulo dirigido heterocromático. La inconexión acíclica  $\vec{w}$  ha sido un parámetro ampliamente estudiado, pero poco se sabe acerca de su comportamiento en una digráfica en general. En esta plática caracterizaremos a los torneos regulares, con base en el estudio de la inconexión acíclica y otros conceptos relacionados.

**Marcelino Ramírez-Ibáñez**

Configuraciones de puntos, conjuntos dominantes y palabras Lyndon.

Instituto de Agroingeniería, UNPA

Investigación

En esta plática hablaremos de ciertas configuraciones de puntos asociadas a un Matroide de empedrado. Mostraremos como le podemos asociar a dicha configuración de puntos una gráfica y una coloración por vértices de tal manera que las clase-color sean un conjunto dominante de la gráfica. Tenemos particular interés en la cardinalidad de las clase-color, por lo que asociaremos a los vértices de la gráfica palabras Lyndon de densidad fija, esto con el fin de entender como funciona la coloración en los vértices.

**Luis Antonio Ruiz**  
Politopos abstractos y códigos lineales  
UNAM  
Reporte de Tesis

Hablaremos sobre politopos abstractos y algunas construcciones a partir de códigos lineales.

**Javier Moreno Ortiz**  
Estructuras Rectangulares rígidas  
Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa  
Póster

Utilizamos las propiedades de las gráficas bipartitas para resolver un problema de ingeniería en construcción. Muchos edificios son construidos con marcos de acero que consisten en arreglos rectangulares de vigas y uniones soldadas o remachadas. Particularmente, este es el caso si se diseñan edificios altos o rascacielos. Sin embargo, para muchos propósitos estas estructuras pueden ser tratadas como planas (en lugar de espaciales), y estructuras con soldaduras ensambladas (en lugar de soldaduras rígidas) que sostienen las vigas. El tipo más simple de estructura es un rectángulo formado por sólo cuatro vigas y cuatro ensamblajes.

**Eduardo Rivera Campo**  
Gráficas Odd-graceful  
Universidad Autónoma Metropolitana - Iztapalapa  
Divulgación

Gerhard Ringel [1964] conjeturó que para todo número natural  $m$ , si  $T$  es un árbol con  $m$  aristas, entonces la gráfica completa con  $K_{2m+1}$  con  $2m+1$  vértices se puede descomponer en  $2m+1$  copias de  $T$ . Una gráfica  $G$  con conjunto de vértices  $V = V(G)$  y conjunto de aristas  $E = E(G)$  es gráfica “graceful si existe una función inyectiva  $\phi : V \rightarrow \{0, 1, \dots, |E|\}$  tal que  $\{|\phi(u) - \phi(v)| : uv \in E\} = \{1, 2, \dots, |E|\}$ . De acuerdo con Alexander Rosa [1966], Anton Kotzig conjeturó que todo árbol es una gráfica “graceful. Si  $G$  es una gráfica “graceful con  $m$  aristas, entonces  $K_{2m+1}$  se puede descomponer de forma “cíclica en  $2m+1$  copias de  $G$ . Por lo tanto la conjetura de Kotzig implica la conjetura de Ringel. A través de los años, se ha probado que muchos tipos de árboles (trayectorias, árboles binarios, gráficas gusano, gráficas langosta, etc, etc) son gráficas “graceful. Recientemente, Anna Lladó demostró que si  $T$  es un árbol con  $m$  aristas y  $T$  tiene al menos  $(m+1)/3$  vértices de grado 1, entonces la gráfica bipartita completa  $K_{2m, 2m}$  se puede descomponer en  $4m$  copias de  $T$ . Sea  $G$  una gráfica bipartita con conjunto de vértices  $V = V(G)$  y conjunto de aristas  $E = E(G)$ . Diremos que  $G$  es una gráfica “odd-graceful si existe una función inyectiva  $\psi : V \rightarrow \{0, 1, \dots, 2|E| - 1\}$  tal que  $\{|\psi(u) - \psi(v)| : uv \in E\} = \{1, 3, \dots, 2|E| - 1\}$ . Si  $G$  es una gráfica “odd-graceful

con  $m$  aristas, entonces  $K_{2m,2m}$  se puede descomponer cíclicamente en  $4m$  copias de  $G$ . En esta plática damos una familia amplia de árboles que son gráficas “odd-graceful”.

### **Abraham Gonzalez Hernandez**

Implementación de un método heurístico para resolver el problema de rutas de transporte escolar

Universidad Autonoma Metropolitana - Azcapotzalco  
Póster

Un problema que se presenta con frecuencia al proporcionar servicio de transporte a los estudiantes de instituciones educativas, es encontrar las rutas que deben seguir los vehículos en la que se lleve a los estudiantes a sus respectivos domicilios sin perjudicar a los estudiantes más retirados. La solución que se obtenga definirá una partición del conjunto de domicilios en subconjuntos que corresponden a los estudiantes atendidos por cada vehículo. Para cada subconjunto el problema se podría modelar como un problema del agente viajero en donde se realiza una visita a todos los puntos de parada y regresando a la institución educativa, de manera que se minimice el tiempo total de recorrido, este modelo tiene el inconveniente de que al último estudiante que llegue a su domicilio le pueda tomar un tiempo de recorrido excesivo (casi igual al recorrido total). Una alternativa para el modelo es tratarlo como un problema de rutas vehiculares en el cual el objetivo es hacer que se minimicen los tiempos de recorridos, para los cuales ya se conocen algunos resultados pero en ningún caso hacen un planteamiento específico a la inclusión del servicio del transporte escolar. En este trabajo se presenta el diseño e implementación de un método heurístico para la solución del problema de rutas de transporte escolar para optimizar la asignación de vehículos a determinado número de puntos(paradas) junto con sus respectivos recorridos.

### **M. Gabriela Araujo Pardo**

Gráficas totalmente perfectas.

Instituto de Matemáticas

Investigación

Dada una gráfica  $G$  una  $k$ -coloración es una asignación de  $k$  colores distintos a sus vértices. Decimos que una coloración es completa si cualesquiera dos colores se intersectan y es acromática si es completa y además propia (es decir que dos vértices adyacentes no pueden tener asignado el mismo color). Además, una coloración es Grundy si es propia y, al pensar los  $k$  colores como los enteros  $\{1, \dots, k\}$  entonces todo vértice de color  $j$  tiene al menos un vecino de color  $i$  cuando  $j > i$ . Notemos que toda coloración Grundy es acromática y toda coloración acromática es pseudoacromática. Los números Grundy, acromático y pseudoacromático son denotados por  $\Gamma(G)$ ,  $\alpha(G)$  y  $\psi(G)$  respectivamente y se definen como el máximo número de colores que satisface las condiciones de la coloración definida en cada caso. Notemos también

que toda coloración propia con tantos colores como el número cromático usual es completa, entonces tenemos que:

$$\omega(G) \leq \chi(G) \leq \Gamma(G) \leq \alpha(G) \leq \psi(G).$$

Una gráfica es **Totalmente Perfecta** si:

$$\omega(G) = \chi(G) = \Gamma(G) = \alpha(G) = \psi(G).$$

### **Nahid Yelene Javier Nol**

Número dicromático de digráficas circulantes.

UAM-Iztapalapa

Investigación

En 1982 Víctor Neumann-Lara introduce el concepto de número dicromático ( $dc(D)$ ) el cual se define como el mínimo número de colores que se requieren para colorear los vértices de una digráfica tal que las clases cromáticas inducen subdigráficas acíclicas. En esta plática damos a conocer el número dicromático de digráficas circulantes con  $k$  saltos con  $2 \leq k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ .

### **Rita Zuazua**

Definición, ejemplos y resultados del número de multisubdivisión de la dominación total de una gráfica

Facultad de Ciencias, UNAM

Investigación

En esta plática introduciremos la definición de Número de **multisubdivisión** de la dominación total de una gráfica, denotado como  $msd_{\gamma_t}(G)$ , el cual generaliza al conocido y estudiado número de subdivisión de la dominación total de una gráfica,  $sd_{\gamma_t}(G)$ . Daremos algunos ejemplos y resultados básicos. Nuestro principal resultado es una caracterización completa de  $msd_{\gamma_t}(G)$  para el caso en que la gráfica  $G$  es un árbol.

### **Mucuy-kak Guevara**

Usando ciclos dirigidos con al menos una flecha simétrica para asegurar la existencia de núcleos.

Facultad de Ciencias, UNAM

Investigación

Se sabe que digráficas sin ciclos dirigidos impares son núcleo perfectas, es decir, que tienen núcleo y que cada subdigráfica inducida propia también tiene núcleo. Duchet en 1980,

prueba que si cada ciclo dirigido impar tiene al menos dos flechas simétricas, entonces la digráfica es núcleo perfecta. En el mismo artículo prueba que se le puede pedir al menos una flecha simétrica a los ciclos dirigidos impares, pero también a los pares. En esta plática pensaremos en una partición de la digráfica y le pediremos que en una de las partes,  $D_1$ , los ciclos dirigidos tengan una flecha simétrica. Daremos condiciones para asegurar que la digráfica original sea núcleo perfecta.

### Juan Carlos Díaz Patiño

Sobre problemas extremales en teoría de gráficas vinculados con la propiedad  $(p, q)$  para gráficas.

UNAM

Investigación

En 1941 Turán resolvió la siguiente pregunta, ¿Cuál es el mayor número de aristas que tiene una gráfica  $G$  sin contener subgráfica isomorfa a  $K_r$ ? Éste es el tipo de preguntas que se estudian en la teoría de gráficas extremal. La propiedad  $(p, q)$  para gráficas se define de la siguiente manera: Decimos que una gráfica con  $n$  vértices satisface la propiedad  $(p, q)$  si para cualesquiera  $p$  aristas,  $q$  de ellas se intersectan. En nuestra investigación estudiamos las gráficas con el mayor número de aristas que satisfacen la propiedad  $(p, q)$ . Los resultados de la investigación que vamos a presentar utilizan resultados de P. Erdős y T. Gallai.

### Rafael Villarroel Flores

Un operador de gráficas relacionado con el operador de clanes.

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Investigación

Dada una gráfica simple  $G$ , un clan es una subgráfica completa maximal. La gráfica de clanes  $K(G)$  es la gráfica de intersección de los clanes de  $G$ . La sucesión de gráficas iteradas de clanes es la sucesión de gráficas definidas por:  $K^0(G) = G$ ,  $K^n(G) = K(K^{n-1}(G))$  para  $n > 0$ . Si el conjunto de órdenes de las gráficas iteradas de clanes es acotado, decimos que  $G$  es convergente, en caso contrario decimos que es divergente. En la plática consideraremos el operador de gráficas  $H$ , donde  $H(G)$  tiene como conjunto de vértices  $\{(x, q) \mid x \in V(G), q \in K(G)\}$  y declaramos  $(x, q) \sim (x', q')$  si  $\{x, x'\} \subseteq q \cap q'$ . De un trabajo de Bandelt, Farber y Hell se deduce que  $H$  preserva dos propiedades muy importantes para el operador de clanes, a saber: ser clan Helly, y ser desmantelable. Los presentes autores mostraron en trabajo publicado en 2008 que  $H$  preserva el tipo de homotopía de toda gráfica  $G$ , mas aún, se tiene que:

$$G \simeq H(G) \simeq K(H(G)). \tag{1}$$

Recientemente hemos podido demostrar que  $H$  preserva otros conceptos importantes para el operador de clanes: a saber: retracciones y cofinaciones. Los resultados mencionados

sugieren que  $H$  preserva el clan comportamiento, y aunque por el momento quizás sería aventurado conjeturarlo, veremos algunas evidencias en tal dirección.

**Juan Jose Montellano Ballesteros**

Problemas anti-Ramsey en r-gráficas  
IMUNAM  
Investigación

En esta plática veremos algunos problemas y resultados que involucran coloraciones de aristas en r-gráficas y su relación con coloraciones de sub-hipercubos en hipercubos.

**María del Rocío Rojas Monroy**

Núcleos por trayectorias monocromáticas en torneos multipartitos  
Universidad Autónoma del Estado de México  
Investigación

Decimos que una digráfica  $D$  es  $m$ -coloreada si sus flechas están coloreadas con  $m$  colores. Una subdigráfica  $H$  de  $D$  es llamada monocromática (resp. casi-monocromática) si todas sus flechas (resp. todas sus flechas con a lo más una excepción) tienen asignado el mismo color. Un conjunto  $N$  de vértices de  $D$  es llamado un núcleo por trayectorias monocromáticas si para todo par de vértices en  $N$  no existe ninguna trayectoria dirigida monocromática entre ellos y para todo vértice  $v$  que no está en  $N$  existe una trayectoria dirigida monocromática desde  $v$  hacia algún vértice en  $N$ . Denotamos por  $A^+(u)$  al conjunto de flechas de  $D$  que tienen a  $u$  como su extremo inicial y por  $\widehat{T}_4$  la digráfica con  $V(\widehat{T}_4) = \{u, v, w, x\}$  y  $A(\widehat{T}_4) = \{(u, v), (v, w), (w, x), (u, x)\}$ . En esta plática presentaremos el siguiente resultado: sea  $D$  un torneo  $k$ -partito con  $A^+(u)$  monocromático para todo  $u$  vértice de  $D$  y supongamos que (i) todo  $C_3$  (ciclo dirigido de longitud 3) es casi-monocromático, (ii) todo  $C_4$  (ciclo dirigido de longitud 4) es casi-monocromático y (iii) todo  $\widehat{T}_4$  es a lo más 2 coloreado. Entonces  $D$  tiene núcleo por trayectorias monocromáticas.

**Jaime Rangel Mondragon**

Embaldosados con dominos: estado del arte y resultados computacionales.  
Universidad Autónoma de Querétaro  
Investigación

El objetivo de este trabajo es el de proveer de una revisión concisa del estado del arte sobre el embaldosado de dominos así como obtener una muestra exhaustiva de ejemplos de representantes no-isomorfos de familias de dominos para rectángulos de lado a lo más 7. A partir de esta muestra se obtiene la enumeración de embaldosados sin líneas de ruptura y otras familias afines. La muestra computacional fue generada utilizando una computadora iMac 6x2.4MHz de 12 núcleos con 12GB de memoria utilizando Mathematica version 9.

**Gelasio Salazar**

Hoyos convexos en conjuntos aleatorios de puntos  
Universidad Autonoma de San Luis Potosi  
Investigación

Un *hoyo* en un conjunto de puntos  $S$  en el plano es un subconjunto  $H$  de  $S$ , en posición convexa, tal que ningún punto de  $S \setminus H$  se encuentra en el interior del polígono definido por  $H$ . En esta plática esbozaremos la demostración del siguiente resultado: el tamaño del hoyo más grande en un conjunto de  $n$  puntos en el plano es  $\Theta(n/\log \log n)$ . Éste es trabajo conjunto con Jozsef Balogh y Hernán González-Aguilar.

**Julian Alberto Fresan Figueroa**

El grosor de libro de digráficas circulantes  
UAM-I  
Investigación

Un  $k$ -libro consiste en una línea  $L$  llamada lomo y  $k$  semiplanos distintos, llamados hojas o páginas, que tienen a  $L$  como su frontera común. El encaje en un  $k$ -libro de una gráfica es un mapeo de cada vértice al lomo y cada arista al interior de una página de manera que las aristas que se encuentran en la misma página no se crucen. En esta plática hablaremos de una extensión del problema de encaje en libro de una gráfica a digráficas y presentaremos algunos resultados sobre el encaje dirigido en libro de digráficas circulantes.

**Eduardo Miguel Jiménez Rosas**

Buscando solución a la conjetura de Bárány  
Facultad de ciencias  
Reporte de Tesis

La conjetura de Bárány dice lo siguiente: Dado un conjunto  $P$  de  $n$  puntos en el plano. Es posible encontrar un par de puntos  $p, q \in P$  tal que el número de triángulos vacíos, con  $p, q$  y algún  $r \in P$  como vértices, sea superconstante. Diremos que una arista es *visible* para un punto  $p \in P$  si el triángulo formado por  $p$  y los vértices de la arista no contiene puntos de  $P$  en su interior. Así también, diremos que una arista es *compartida* para dos puntos  $p$  y  $q$  si es visible para  $p$  y también para  $q$ . Sea  $l$  un semiplano que contiene a  $P$ , y sean  $p$  y  $q$  dos puntos que se encuentran fuera  $l$ . El problema de los alumnos copiones consiste en encontrar el mínimo número de aristas compartidas en  $P$  para  $p$  y  $q$ . El resultado es una constante, sin embargo, este problema da pauta a una nueva forma de abordar el problema de Bárány.

**María Guadalupe Rodríguez Sánchez**

Resolución computacional del problema de Akiyama y Harary sobre el polinomio cromático de una gráfica y su complemento.

UAM-A  
Investigación

En 1980 Akiyama y Harary propusieron el siguiente problema: ¿Existen gráficas  $G$  que no son auto-complementarias, tales que  $P(G,x)=P(G',x)$ ?, donde  $P(G,x)$  es el polinomio cromático de  $G$ , y  $G'$  es la gráfica complementaria de  $G$ . Jin y Zhenhong demostraron en 1995 que no existen gráficas que cumplan la condición de Akiyama y Harary (A-H), cuando  $n \not\equiv 8$  o  $n \equiv 2,3 \pmod{4}$ ; donde  $n$  es la cardinalidad de  $V(G)$ . Con base en un problema propuesto en el libro: Chromatic Polynomials and Chromaticity of Graphs, cuyos autores son Dong, Koh y Teo (2005); nos planteamos hallar las gráficas con la condición A-H para  $n=8,9$ .

**Emiliano Mora Valladares**

¿Es Euler el fundador de la teoría de Gráficas?  
Instituto de Investigaciones Filosóficas  
Reporte de Tesis

En esta plática revisaremos puntos importantes en la historia de la teoría de gráficas, buscando comprender mejor los mecanismos culturales y sociales que normalmente se dejan de lado en las narrativas tradicionales.

**Adán Mateos Hernández**

Resolución computacional del problema de Akiyama y Harary sobre el polinomio cromático de una gráfica y su complemento  
Universidad Autónoma Metropolitana  
Investigación

En 1980 Akiyama y Harary propusieron el siguiente problema: ¿Existen gráficas  $G$  que no son auto-complementarias, tales que  $P(G,x)=P(G',x)$ ?, donde  $P(G,x)$  es el polinomio cromático de  $G$ , y  $G'$  es la gráfica complementaria de  $G$ . Jin y Zhenhong demostraron en 1995 que no existen gráficas que cumplan la condición de Akiyama y Harary (A-H), cuando  $n \not\equiv 8$  o  $n \equiv 2,3 \pmod{4}$ ; donde  $n$  es la cardinalidad de  $V(G)$ . Con base en un problema propuesto en el libro: Chromatic Polynomials and Chromaticity of Graphs, cuyos autores son Dong, Koh y Teo (2005); nos planteamos hallar las gráficas con la condición A-H.