

# XXXIV COLOQUIO VÍCTOR NEUMANN-LARA

## DE TEORÍA DE LAS GRÁFICAS, COMBINATORIA Y SUS APLICACIONES

**Consejo Zacatecano de Ciencia,  
Tecnología e Innovación**  
**Ciudad de Zacatecas, México**  
**del 3 al 8 de marzo de 2019**



# Programa



CONSEJO ZACATECANO DE  
**CIENCIA, TECNOLOGÍA**  
E INNOVACIÓN



SOCIEDAD  
MATEMÁTICA  
MEXICANA



# XXXIV Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones

Consejo Zacatecano de Ciencia, Tecnología e Innovación

3 al 8 de marzo de 2019

## Lunes

**Nombre:** Adriana Hansberg

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** ahansberg@im.unam.mx

**Nivel:** Plenaria

**Título de la ponencia:** Patrones inevitables en 2-coloraciones de la gráfica completa

**Co-autores:** Yair Caro, Amanda Montejano

**Resumen:** El clásico teorema de Ramsey nos dice que, si  $n$  es suficientemente grande y  $k$  es un entero fijo, toda 2-coloración de las aristas de la gráfica completa  $K_n$  contiene una subgráfica completa monocromática de orden  $k$ . Con la idea de generalizar el problema de Ramsey, Bollobás conjeturó que, si  $n$  es suficientemente grande y  $k$  es un entero fijo, en toda 2-coloración de las aristas de  $K_n$  con cierta densidad positiva de cada color habría una gráfica completa  $K_k$  con uno de dos patrones específicos de coloreado de sus aristas. En esta plática, discutiremos resultados relacionados con esta conjetura.

**Nombre:** Ludwin Ali Hernández Basilio

**Institución:** Universidad Autónoma de Zacatecas

**Correo:** ludwin.ali@gmail.com

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** El diferencial en la gráfica línea

**Co-autores:** Jesús Leños Macías, José María Sigarreta Almira

**Resumen:** Motivados por problemas de optimización, en particular asociados con la maximización de influencias en los diferentes tipos de redes, se define el diferencial de una gráfica, denotado por  $\partial(G)$ , como el  $\max\{|B(D)| - |D| : D \subseteq V(G)\}$ . En este trabajo mostramos relaciones entre el diferencial de una gráfica y su gráfica línea.

**Nombre:** Teresa Hoekstra Mendoza

**Institución:** CINVESTAV

**Correo:** allizdog01@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Tipo de homotopía del complejo de gráficas con número de dominación acotado.

**Co-autores:** Jesús González

**Resumen:** Dada una propiedad de gráficas se puede construir un complejo simplicial a partir de ella. Nosotros utilizamos teoría de Morse discreta para calcular el tipo de homotopía de los complejos simpliciales generados por las gráficas con  $n$  vértices y número de dominación acotado inferiormente. Demostramos que cuando el número de dominación es mayor o igual a  $n - 2$ , el complejo simplicial generado es homotópicamente equivalente a un *wedge* de esferas de dimensión 2.

**Nombre:** Andrés Carnero Bravo

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** carnero@ciencias.unam.mx

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** Aplicaciones de la Topología Algebraica: Dominación total y grupos de homología

**Co-autores:** Adriana Hansberg, Luis Montejano

**Resumen:** Dada una gráfica  $G$ , un subconjunto de vértices  $S$  *domina totalmente* si todo vértice es adyacente a algún vértice en  $S$ . Al mínimo de las cardinalidades de todos los conjuntos que dominan totalmente se le llama la dominación total y se denota por  $\gamma_t(G)$ . En esta plática se verá como se puede dar una cota para este parámetro mediante herramientas de la topología algebraica. La idea asociar a la gráfica un complejo simplicial  $I(G)$ , el complejo de independencia y según sus grupos de homología dar una cota. En 2002 Meshulam mostró que: Si  $\tilde{H}_q(I(G); \mathbb{Z}_2) \neq 0$ , entonces  $\gamma_t(G) \leq 2q + 2$ . En la plática se presentará el trabajo realizado sobre esta cota dando condiciones más fuertes y suficientes para mejorarla.

**Nombre:** Ma. Guadalupe Rodríguez Sánchez

**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco

**Correo:** rsmg@correo.azc.uam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Algunas propiedades interesantes de las gráficas circulares

**Co-autores:**

**Resumen:** Una gráfica circular  $G(D)$  es la gráfica de intersección de un diagrama  $D$ , donde  $D$  está formado por un conjunto de cuerdas en una circunferencia. El estudio de estos diagramas fue introducido por A. Bouchet en 1987 en su artículo *Unimodularity and circle graphs*. En éste, Bouchet definió el concepto de unimodularidad principal sobre las matrices de adyacencia correspondientes a las gráficas circulares  $G(D)$ , como una generalización de unimodularidad total asociada a las matrices de representación de matroides regulares. Considérese un diagrama con  $n$  cuerdas. Otra forma de estudiar estos diagramas es asociando a cada cuerda una etiqueta  $i$  tal que  $i$  pertenece al intervalo  $[1, n]$ , entonces los diagramas pueden estudiarse como palabras de doble ocurrencia sobre el alfabeto formado por las etiquetas de las cuerdas. Se pueden definir operaciones sobre las palabras asociadas a los diagramas y sus gráficas de intersección dando como resultado un apasionante campo de estudio con aplicaciones en diversos temas, como son representabilidad de delta-matroides, nudos, gráficas de listones y modelos para obtener una clasificación y enumeración de estructuras de RNA. En esta presentación se verán algunas propiedades de las estructuras

asociadas a las gráficas circulares.

**Nombre:** Luis Manuel Rivera Martínez

**Institución:** Universidad Autónoma de Zacatecas

**Correo:** luismanuel.rivera@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Sobre el número de raíces pares de permutaciones

**Co-autores:** Lev Glebsky, Melany Licón

**Resumen:** Sea  $G$  un grupo finito y  $k$  un entero positivo. Para un elemento  $g \in G$ , decimos que  $h$  es una raíz  $k$ -ésima de  $g$  si se cumple que  $h^k = g$ . Para un grupo finito  $G$  dado, es un problema clásico determinar el número de raíces  $k$ -ésimas en  $G$  de  $g$ . El caso más estudiado es el del grupo simétrico. En el 2012, Leños, Moreno y Rivera presentaron una función generadora para dicho número para el grupo simétrico. Decimos que una raíz  $k$ -ésima  $h$  de una permutación  $g$  es par si  $h$  es una permutación par. En esta plática se presentan los primeros resultados sobre el número de raíces  $k$ -ésimas pares de permutaciones. En particular se presenta una función generadora exponencial multivariable para dicho número y algunas fórmulas exactas para raíces cuadradas pares de algunas permutaciones de cierto tipo. Lo anterior da una solución para el problema de determinar el número de raíces  $k$ -ésimas de elementos en el grupo alternante.

**Nombre:** Déborah Oliveros Braniff

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** debooliveros@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Tverberg con nervios alterados

**Co-autores:**

**Resumen:** El teorema de Tverberg dice que una familia con un número suficientemente grande de puntos en  $\mathbb{R}^d$  puede partirse en  $m$  partes de tal manera que su nervio (patrón de intersección de sus cierres convexos) es un  $(m - 1)$ -simplejo. En esta charla platicaremos sobre el teorema de Tverberg y veremos que éste, es un caso especial de una situación más general donde otros complejos simpliciales aparecen como nervios.

**Nombre:** Carlos Segovia González

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** csegovia@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Teoría de homotopía de digráficas

**Co-autores:**

**Resumen:** En la presente plática estudiaremos una estructura de categoría modelo para la categoría de digráficas.

**Nombre:** Julián Alberto Fresán Figueroa

**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa

**Correo:** julibeto@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Encaje en libro de familias de snarks

**Co-autores:** Diana Avella, Pilar Valencia

**Resumen:** Un  $k$ -libro consiste de una línea llamada lomo y  $k$  semiplanos que tienen al lomo como frontera, llamados páginas. Encajar

en libro una gráfica es colocar los vértices en el lomo en un cierto orden y las aristas en las páginas de modo que las aristas en cada página no se crucen. El problema consiste en minimizar el número de páginas en las que una gráfica puede ser encajada. En este trabajo se presentan algunas familias infinitas de snarks (gráficas 3-regulares 4-coloreables por aristas) y sus encajes en un libro con tres páginas.

**Nombre:** Diego Antonio González Moreno  
**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa  
**Correo:** dgonzalez@correo.cua.uam.mx  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** El polinomio dicromático de una digráfica  
**Co-autores:** R. Hernández Ortiz, B. Llano, M. Olsen

**Resumen:** Como un intento para resolver el Problema de los 4-colores, David Birkhoff en 1912, definió el polinomio cromático de una gráfica plana. Aunque este nuevo concepto no resolvió el famoso problema, se convirtió un interesante objeto de estudio. Utilizando la definición de número dicromático de una digráfica, Ararat en su tesis doctoral, extiende a digráficas el concepto de polinomio cromático. Recordemos que una  $\lambda$ -coloración acíclica de una digráfica  $D$  es una partición de los vértices de  $D$  en  $\lambda$  conjuntos acíclicos. El mínimo entero  $\lambda$  para el cual existe una  $\lambda$ -coloración acíclica de una digráfica  $D$  es el *número dicromático de  $D$* , y se denota por  $dc(D)$ . Sea  $P(D, \lambda)$  el número de  $\lambda$ -coloraciones acíclicas de puede tener  $D$ . Obérvase que  $dc(D) = \min\{\lambda \in \mathbb{Z}^+ : P(D, \lambda) > 0\}$ . En

esta plática presentamos una fórmula recursiva para obtener el polinomio dicromático de una digráfica dada y algunos resultados que se obtienen como consecuencia de esta recursión. También presentamos algunas relaciones que existen entre el polinomio de una digráfica y el polinomio cromático de su gráfica subyacente.

## Martes

**Nombre:** Dino  
**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas  
**Correo:** dino@math.unam.mx  
**Nivel:** Divulgación  
**Título de la ponencia:** Menores  
**Co-autores:**  
**Resumen:** ¿Qué es un menor?

**Nombre:** Mika Olsen  
**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa  
**Correo:** olsen@correo.cua.uam.mx  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** Hamiltonicidad en digráficas  
**Co-autores:** Hortensia Galeana S Sánchez  
**Resumen:** El estudio de la hamiltonicidad en gráficas y digráficas es un problema clásico que es NP-completo, hasta para la clase de gráficas planas de grado máximo 3 y la clase de digráficas 2-regulares. Comparado con la clase de las gráficas, hay relativamente pocos resultados para la hamiltonicidad en digráficas. Los torneos fuertemente conexos y algunas clases de torneos generalizados son hamiltonianos. Nosotros vamos a estudiar la hamiltonicidad

de digráficas con una suma de Zykov como subdigráfica generadora. Dada una digráfica  $D$  y una familia disjunta de digráficas  $\{F_u\}_{u \in V(D)}$ , la *suma de Zykov* de la familia  $\{F_u\}$  sobre la digráfica  $D$  se denota como  $\sigma(D, \{F_u\})$ . El conjunto de vértices de  $\sigma(D, \{F_u\})$  es  $\{(u, x) : u \in V(D), x \in V(F_u)\}$  y  $((u, x), (v, y))$  es una flecha de  $\sigma(D, \{F_u\})$  si y solo si  $(u, v) \in A(D)$  o  $u = v$  y  $(x, y) \in A(F_u)$ . Cuando tanto  $D$  como las digráficas  $F_i$  son hamiltonianas, la suma de Zykov  $\sigma(D, \{F_u\})$  también es hamiltoniana, pero esto no necesariamente es cierto cuando  $D$  o algún  $F_u$  no es hamiltoniana. En esta plática vamos a dar algunas condiciones suficientes para  $D$  y las digráficas  $F_i$  para asegurar que si una digráfica fuerte  $G$  tiene a  $\sigma(D, \{F_u\})$  como subdigráfica generadora, entonces  $G$  es hamiltoniana. Es importante mencionar que en este trabajo  $D$  y las digráficas  $F_i$  no necesariamente son fuertes,  $D$  puede ser acíclica y las digráficas  $F_i$  pueden ser desconexas.

**Nombre:** Christian Rubio Montiel

**Institución:** UNAM - FES Acatlán

**Correo:** ok.rubio@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** El número digrundy de digráficas

**Co-autores:** Gabriela Araujo Pardo, Juan José Montellano Ballesteros, Mika Olsen

**Resumen:** El número digrundy de una digráfica se define como el máximo número de colores sobre las coloraciones glotonas que requieren que cada clase sea acíclica. Tal parámetro es una generalización sobre el número Grundy de una gráfica, es decir, el máximo número de

colores sobre las coloraciones glotonas que requieren que cada clase sea propia. Hablaremos sobre su teorema de interpolación, su equivalencia con el número diocromático así como de las desigualdades del tipo Nordhaus-Gaddum relacionadas con el número dicromático, diacromático y pseudoacromático.

**Nombre:** Gerardo Miguel Tecpa Galván

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** miguel.tecpa05@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Digráficas H-pancromáticas

**Co-autores:** Hortensia Galeana Sánchez

**Resumen:** Dada una digráfica  $H$  (posiblemente con lazos), diremos que una multidigráfica  $D$  está  $H$ -coloreada si las flechas de  $D$  están coloreadas con los vértices de  $H$ , en este sentido, a la digráfica  $H$  se le llama patrón de colores. Un camino dirigido en  $D$ , digamos  $C$ , es un  $H$ -camino si la secuencia de colores de las flechas de  $C$  es un camino dirigido en  $H$ . Arpin y Linek (*Reachability problems in edge-colored digraphs*) proponen una clasificación para algunos patrones de colores en tres familias: la familia  $\mathcal{B}_3$  la forman aquellos patrones de colores  $H$  tales que cualquier multidigráfica  $D$  que esté  $H$ -coloreada contiene un  $H$ -núcleo: un conjunto de vértices, digamos  $S$ , tal que no existen  $H$ -caminos entre vértices distintos de  $S$  (es decir,  $S$  es  $H$ -independiente) y cualquier vértice fuera de  $S$  tiene un  $H$ -camino hacia algún vértice de  $S$  (es decir,  $S$  es  $H$ -absorbente). La familia  $\mathcal{B}_2$  en la que están todos los patrones de color  $H$  tal que toda multidigráfica  $D$  tiene un conjunto independiente que además

es  $H$ -absorbente y por último, la familia  $\mathcal{B}_1$  de todos aquellos patrones de color  $H$  para los cuales cualquier torneo  $H$ -coloreado tiene un vértice  $H$ -absorbente. Arpin y Linek (*Reachability problems in edge-colored digraphs*) ofrecen una caracterización para los patrones en  $\mathcal{B}_2$ , mientras que H. Galeána-Sánchez y R. Strausz (*On panchromatic patterns*) ofrecen una caracterización para los patrones en la familia  $\mathcal{B}_3$ . Los miembros de la familia  $\mathcal{B}_1$  aun no son caracterizados. En esta plática se introducirá un concepto similar al propuesto en la familia  $\mathcal{B}_3$ . Diremos que una digráfica  $D$  es  $\mathcal{H}$ -pancromática si  $D$  tiene  $H$ -núcleo para cualquier patrón  $H$  y cualquier  $H$ -coloración de  $D$ . Mostraremos diversos resultados básicos sobre este concepto en general y en operaciones particulares entre digráficas, además veremos que algunas familias bien conocidas de digráficas son  $\mathcal{H}$ -pancromáticas.

**Nombre:** Felipe Hernández Lorenzana

**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias

**Correo:** felipehl@ciencias.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Obtención de  $H$ -núcleos mediante particiones en digráficas  $H$ -coloreadas

**Co-autores:** María del Rocío Sánchez López

**Resumen:** Sea  $H$  una digráfica, posiblemente con lazos, y  $D$  una digráfica simple. Una  $H$ -coloración por flechas de  $D$  es una función  $c : A(D) \rightarrow V(H)$ . Si  $D$  tiene asociada una  $H$ -coloración por flechas diremos que  $D$  es una digráfica  $H$ -coloreada. Una trayectoria  $(v_1, v_2, \dots, v_n)$  en  $D$ , es una  $H$ -trayectoria si y sólo si  $(c_D(v_1, v_2), c_D(v_2, v_3), \dots, c_D(v_{n-1}, v_n))$

es un camino en  $H$ . Un subconjunto  $N$  de  $V(D)$  se dice que es un  $H$ -núcleo si este es  $H$ -independiente (para cada par de vértices en  $N$  no existen  $H$ -trayectorias entre ellos) y  $H$ -absorbente (para cada vértice  $u$  en el complemento de  $N$  existe un vértice  $v$  en  $N$  tal que hay una  $H$ -trayectoria de  $u$  hacia  $v$ ).

En esta plática veremos un resultado que garantiza la existencia de  $H$ -núcleos en digráficas  $H$ -coloreadas, recapitulando las herramientas utilizadas para llegar a tal resultado.

**Nombre:** Víctor Sánchez Flores

**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias

**Correo:** victorxxxfloyd@gmail.com

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** Ciclos Complementarios en Torneos Bipartitos

**Co-autores:**

**Resumen:** En esta plática presentaré resultados sobre ciclos complementarios en torneos bipartitos. Definimos un torneo bipartito como una digráfica bipartita, con partes  $A$  y  $B$ , tal que si  $u \in A$  y  $v \in B$ , entonces existe una de las flechas  $(u, v)$  o  $(v, u)$  pero no ambas. Por otro lado, un factor de ciclos de una digráfica  $D$  es una partición del conjunto de vértices  $V(D)$  en ciclos disjuntos. Llamamos  $t$ -factor a una partición del conjunto de vértices en  $t$  ciclos disjuntos y llamamos  $(n_1, n_2, \dots, n_t)$ -factor a un  $t$ -factor cuyos ciclos son de tamaño  $n_1, n_2, \dots, n_t$ . Por último, dos ciclos  $C$  y  $C'$  en una digráfica  $D$  son complementarios si:  $C \cap C' = \emptyset$  y  $C \cup C' = V(D)$ . En primer lugar, me gustaría mostrar la "traducción" de ciertos resultados sobre ciclos complementarios en torneos al ámbito de torneos bipartitos como se muestra a contin-

uación,

### 1-factores

**Teorema.** [Camion] Sea  $T$  un torneo fuerte. Entonces  $T$  es hamiltoniano (i.e. admite un factor de ciclos).

**Teorema.** [Häggkvist y Mannoussakis, Gutin] Sea  $B$  un torneo bipartito fuerte. Si  $B$  tiene un factor de ciclos entonces  $B$  es hamiltoniano.

### 2-factores

**Teorema.** [Li y Shu] Sea  $T$  un torneo fuerte. Si  $\max\{\delta^+(T), \delta^-(T)\} \geq 3$ ,  $|V(T)| \geq 6$  y  $T \not\cong P_7$ , entonces  $T$  tiene un factor de 2 ciclos.

**Teorema.** [Zhang, Mannoussakis y Song] Sea  $B$  un torneo bipartito  $k$ -regular. Entonces  $B$  tiene dos ciclos complementarios uno de tamaño 4 y el otro de tamaño  $4k - 4$ .

### (p, n - p)-factores

**Teorema.** [Reid y Song] Sea  $T$  un torneo 2-conexo. Si  $|V(T)| \geq 6$  y  $T \not\cong P_7$ , entonces para cualquier  $3 \leq p \leq n - 3$ ,  $T$  tiene dos ciclos complementarios uno de tamaño  $p$  y otro de tamaño  $n - p$ .

**Conjetura.** [Zhang, Mannoussakis y Song] Sea  $B$  un torneo bipartito  $k$ -regular. Si  $B \not\cong F_{4k}$ , entonces para cualquier  $2 \leq p \leq 2k - 2$ ,  $B$  tiene dos ciclos complementarios uno de tamaño  $2p$  y el otro de tamaño  $4k - 2p$ .

Por último, como preámbulo a la última conjetura, expondré ciertas herramientas y resultados previos necesarios para la demostración de ésta. Entre ellos veremos operaciones con torneos

así como una digráfica "prohibida". Además de una herramienta computacional que nos permite contar torneos bipartitos  $k$ -regulares.

### Bibliografía

1. R. HÄGGKVIST Y Y. MANNOUSSAKIS *Cycles and paths in bipartite tournaments with spanning configurations*, *Combinatorica* 9 (1989) 51-56.
2. K.M. ZHANG, Y. MANNOUSSAKIS, Z.M. SONG *Complementary cycles containing a fixed arc in diregular bipartite tournaments*, *Discrete Mathematics* 133 (1994) 325-328.
3. S. BESSY Y J. THIEBAUT *Complementary cycles in regular bipartite tournaments: a proof of Manoussakis, Song and Zhang Conjecture*, *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 61 (2017) 115-121.

**Nombre:** Gabriela Araujo

**Institución:** UNAM - Campus Juriquilla

**Correo:** gabyaraujop@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Jaulas planas

**Co-autores:** Natalia García-Colín, Fidel Barrera

**Resumen:** En esta plática abordaremos la existencia de las jaulas planas regulares y biregulares, daremos cotas justas, inferiores y superiores. Como una motivación al trabajo notaremos que las jaulas planas son simplemente los sólidos platónicos y esta es la razón por la cual estudiamos el caso biregular, el cual nos ha dado interesantes sorpresas.

**Nombre:** Maria Del Rocio Sanchez Lopez

**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias

**Correo:** usagitsukinomx@yahoo.com.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Núcleos por trayectorias monocromáticas y el Teorema de Richardson

**Co-autores:** Hortensia Galeana Sánchez

**Resumen:** Se dice que una digráfica es  $m$ -coloreada si sus flechas están coloreadas con  $m$  colores. Una trayectoria dirigida es monocromática si todas sus flechas están coloreadas con el mismo color. Un subconjunto  $N$  de los vértices de  $D$  es independiente por trayectorias dirigidas monocromáticas (i.t.d.m) si para cuales quiera dos vértices en  $N$  no existen trayectorias dirigidas monocromáticas entre ellos. Un subconjunto  $N$  de los vértices de  $D$  es absorbente por trayectorias dirigidas monocromáticas (a.t.d.m) si para cualquier vértice  $x$  en  $V(D) - N$  existe un vértice  $y$  en  $N$  tal que existe una trayectoria dirigida monocromática de  $x$  hacia  $y$ . Un subconjunto  $N$  de los vértices de  $D$  es un núcleo por trayectorias dirigidas monocromáticas si  $N$  es i.t.d.m y a.t.d.m. En esta plática veremos una condición suficiente que garantiza la existencia de núcleos por trayectorias dirigidas monocromáticas y deduciremos un teorema clásico dentro de la teoría de núcleos, conocido como el teorema de Richardson.

**Correo:** rafaelv@uaeh.edu.mx

**Nivel:** Plenaria

**Título de la ponencia:** Representaciones de  $S_n$  en gráficas de clanes

**Co-autores:** Paco Larrión, Miguel Pizaña, Briseida Trejo

**Resumen:** El tema de la presente plática se encuentra en la intersección de la combinatoria, el álgebra y la topología. Dada una gráfica simple  $G$ , definimos la gráfica de emparejamientos  $M(G)$  como la gráfica cuyos vértices son las aristas de  $G$  y adyacencias entre vértices que correspondan a aristas ajenas. Por otro lado, dada una gráfica  $G$ , se define  $\Delta(G)$  como el complejo simplicial cuyas caras son las subgráficas completas de  $G$ . Denotaremos con  $M_n$  al complejo  $\Delta(M(K_n))$ , donde  $K_n$  es la gráfica completa con  $n$  vértices. El grupo simétrico  $S_n$  actúa de manera natural en  $M_n$ , y por lo tanto las homologías de  $M_n$  con coeficientes complejos tienen estructura de  $S_n$ -módulos. Una fórmula para expresar la descomposición de tales módulos como suma de irreducibles fue dada por Bouc en 1992. En la plática partiremos de las definiciones y teoremas básicos de representaciones del grupo simétrico, para mostrar todos los elementos de la fórmula de Bouc, y consideraremos el problema de descomponer las homologías del complejo simplicial de la gráfica de clanes de la gráfica de emparejamientos de  $K_n$ .

## Miércoles

**Nombre:** Rafael Villarroel Flores

**Institución:** Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

**Nombre:** Adrián Vázquez Ávila

**Institución:** Universidad Aeronautica En Queretaro

**Correo:** adrian.vazquez@unaq.edu.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** El número de transversal, dominación y 2-acoplamiento en sistemas lineales intersectantes

**Co-autores:**

**Resumen:** Un sistema lineal es una pareja  $(P, \mathcal{L})$ , donde  $\mathcal{L}$  es una familia finita de subconjuntos de un conjunto finito  $P$ . A los elementos de  $P$  y  $\mathcal{L}$  se les llama puntos y líneas, respectivamente. Si el sistema lineal cumple que todo par de líneas tienen un punto en común, diremos que el sistema lineal es intersectante. Sea  $(P, \mathcal{L})$  un sistema lineal y  $D \subseteq P$ . El conjunto  $D$  es un conjunto dominante, si para todo  $x \in P \setminus D$  existe  $v \in D$  tal que  $u$  y  $v$  son adyacentes. El número de dominación de un sistema lineal  $(P, \mathcal{L})$ , denotado por  $\gamma = \gamma(P, \mathcal{L})$ , es la cardinalidad más pequeña entre todos los conjuntos dominantes de  $(P, \mathcal{L})$ .

Por otra parte, sea  $(P, \mathcal{L})$  un sistema lineal. A un subconjunto  $T \subseteq P$  se le llama transversal de  $(P, \mathcal{L})$ , si éste intersecta a todos los subconjuntos de  $\mathcal{L}$ , esto es  $T \cap L \neq \emptyset$ , para toda  $L \in \mathcal{L}$ . El número de transversal de  $(P, \mathcal{L})$ , denotado por  $\tau = \tau(P, \mathcal{L})$ , es la cardinalidad más pequeña entre todas las transversales de  $(P, \mathcal{L})$ . Finalmente, sea  $(P, \mathcal{L})$  un sistema lineal. A un subconjunto  $R \subseteq \mathcal{L}$  se le llama 2-acoplamiento de  $(P, \mathcal{L})$ , si los elementos de  $R$  son disjuntos tres a tres, esto es  $L_1 \cap L_2 \cap L_3 = \emptyset$ , para todo  $L_1, L_2, L_3 \in R$ . El número de 2-acoplamiento de  $(P, \mathcal{L})$ , denotado por  $\nu_2 = \nu_2(P, \mathcal{L})$ , es la cardinalidad más grande de un 2-acoplamiento de  $(P, \mathcal{L})$ . En esta plática se expondrá una relación que hay entre el número de dominación, el número de transversal y el número de 2-acoplamiento en sistemas lineales intersectantes.

**Nombre:** Ana Laura Trujillo Negrete

**Institución:** CINVESTAV

**Correo:** ltrujillo@math.cinvestav.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Reconstrucción de árboles a partir de su gráfica de 2-fichas

**Co-autores:** Ruy Fabila Monroy

**Resumen:** Sea  $G$  una gráfica de orden  $n$  y sea  $k$  un entero entre 1 y  $n - 1$ . La gráfica de  $k$ -fichas de  $G$  es la gráfica cuyos vértices son todos los  $k$ -conjuntos de  $V(G)$  y donde dos  $k$ -conjuntos de  $V(G)$  son adyacentes si su diferencia simétrica es un par de vértices adyacentes en  $G$ . En el año 2012 Ruy Fabila et al. conjeturaron que si  $G$  y  $H$  son dos gráficas tales que sus gráficas de  $k$ -fichas son isomorfas para algún  $k$ , entonces  $G$  y  $H$  son isomorfas. El objetivo de esta plática es presentar un bosquejo a la demostración de un caso particular de esta conjetura, cuando  $G$  y  $H$  son árboles y  $k = 2$ , mostraremos que si  $G$  es un árbol, entonces podemos reconstruir a  $G$  a partir de su gráfica de 2-fichas.

**Nombre:** Maria Elena Martinez Cuero

**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

**Correo:** sherlyroses@hotmail.com

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** Entre árboles te verás

**Co-autores:** Eduardo Rivera Campo

**Resumen:** Un  $(1, 3)$ -árbol es un árbol en el que el grado de cada vértice es uno o tres. Dada una gráfica completa  $K_n$  con  $n \geq 4$  y  $n$  par. Consideremos al conjunto  $\mathcal{T}$  como el conjunto de todos los  $(1, 3)$ -árboles gener-

adores de  $K_n$ . En esta ocasión presentamos una transformación  $\rho : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{T}$  que usada sucesivamente permite ir de un árbol  $T \in \mathcal{T}$  a cualquier otro árbol  $T' \in \mathcal{T}$ .

Sea  $T$  en  $\mathcal{T}$  y  $u, v \in V(T)$  tal que  $d_T(u) = 1$  y  $d_T(v) = 3$ . La transformación  $\rho(T, u, v)$  hace que el vértice  $u$  adopte a cada vértice  $z$  adyacente a  $v$  que no se encuentra en la trayectoria de  $u$  a  $v$ , añadiendo la arista  $uz$  y eliminando la arista  $vz$  en  $T$ . Observemos que el grado del vértice  $u$  aumenta a tres unidades y el grado de  $v$  disminuye a una unidad, mientras que los grados del resto de los vértices se mantienen.

**Nombre:** Tonatiuh Matos Wiederhold

**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias

**Correo:** tonamatos@ciencias.unam.mx

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** Una demostración del Teorema de Hindman usando teoría de órdenes parciales

**Co-autores:**

**Resumen:** El Teorema de Hindman, un conocido resultado de Teoría de Ramsey, afirma que si pintamos a los números naturales de una cantidad finita de colores, debe haber un conjunto infinito de números naturales, tal que todas las posibles sumas finitas de elementos del conjunto son del mismo color. En 1974, Neil Hindman publicó una demostración del teorema, que previamente había sido conjeturado por Graham y Rothschild. Posteriormente, Baumgartner publicó una ingeniosa simplificación de la demostración de Hindman, que, en esencia, traduce el teorema en un problema de Teoría de Conjuntos. Finalmente, en un artículo de Luz

María García-Ávila (2015), se presenta un argumento basado en la prueba de Baumgartner que hace uso de la teoría de órdenes parciales. En el trabajo se mostrarán las ideas principales de la demostración de Baumgartner y se exhibirá el uso de órdenes parciales para completar la prueba. La fascinante teoría de órdenes parciales (específicamente el Forcing) apenas comienza a aplicarse a otras áreas matemáticas y el teorema de Hindman sirve el propósito de mostrar su gran utilidad, revelando a su vez conexiones entre la Combinatoria y la Teoría de Conjuntos.

**Nombre:** Rita Zuazua

**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias

**Correo:** ritazuazua@gmail.com

**Nivel:** Divulgación

**Título de la ponencia:** Coloraciones totales y balanceadas

**Co-autores:**

**Resumen:**

**Definición.** Sea  $G$  una gráfica y  $k \geq 1$  un entero positivo. Una  $k$ -coloración total de  $G$  es una función  $c : V(G) \cup A(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$  tal que:

- si  $e = uv \in A(G)$ , entonces  $c(u) \neq c(e) \neq c(v)$ ; y
- si  $e = uv \in A(G)$  y  $f = vw \in A(G)$ , entonces  $c(e) \neq c(v) \neq c(f)$ .

**Definición.** El número cromático total de  $G$ , escrito  $X_t(G)$  es el menor entero positivo  $k$  tal que existe una  $k$ -coloración total de la gráfica  $G$ .

Dada una  $k$ -coloración total de  $G$ , tenemos una partición del conjunto  $V(G) \cup A(G) = P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_k$ , donde  $P_i = \{w \in V(G) \cup A(G) \mid c(w) = i\}$ , para  $i = 1, 2, \dots, k$ . Los conjuntos de la partición son llamadas las clases cromáticas de  $G$  asociadas a la coloración  $c$ .

**Definición.** Sea  $G$  una gráfica con una  $k$ -coloración total y clases cromáticas  $P_1, P_2, \dots, P_k$ . Decimos que la  $k$ -coloración total es balanceada si para todo par  $i, j \in \{1, 2, \dots, k\}$ ,  $||P_i| - |P_j|| \leq 1$ .

**Definición.** El número cromático total balanceado de  $G$ , escrito  $X_{tb}(G)$ , es el menor entero positivo  $k$  tal que existe una  $k$ -coloración total y balanceada de la gráfica  $G$ .

En esta plática presentamos varios resultados y una conjetura sobre  $X_{tb}(G)$ .

**Nombre:** Joaquín Tey  
**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa  
**Correo:** jtey@xanum.uam.mx  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** Una familia de árboles antimágicos  
**Co-autores:** A. Lozano, M. Mora, C. Seara  
**Resumen:** Un etiquetamiento antimágico de una gráfica  $G$  es una biyección  $f : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, |E(G)|\}$  tal que la función  $s : V(G) \rightarrow \mathbb{N}$  definida como  $s(v) = \sum_{w \in N(v)} f(vw)$ , es inyectiva. Una gráfica es antimágica si tiene un etiquetamiento antimágico. En 1989, Hartsfield y Ringel

conjeturaron que toda gráfica simple y conexa distinta de  $K_2$  es antimágica. Actualmente esta conjetura sigue abierta, incluso para árboles. En esta plática mostraremos que los árboles cuyos vértices de grado par inducen una trayectoria, son antimágicos.

## Jueves

**Nombre:** Criel Merino López  
**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas  
**Correo:** criel.merino@gmail.com  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** La estructura de  $\Delta$ -matroides con ancho uno  
**Co-autores:** D. Chun, R. Hall, I. Moffatt y S.D. Noble  
**Resumen:** El ancho de un  $\Delta$ -matroide es la diferencia en tamaño entre el mayor y el menos conjunto factible. Primero damos un Teorema de Estructura Básica para  $\Delta$ -matroides que admiten un giro (twist) que produce un  $\Delta$ -matroide de ancho 1. Utilizando este teorema damos una caracterización por menores excluidos de los  $\Delta$ -matroides que admiten un giro de ancho a lo más uno.

**Nombre:** Luz Gasca Soto  
**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias  
**Correo:** luz.gasca@gmail.com  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** Gráficas Voxelables como Redes de Interconexión  
**Co-autores:** Feliu Saglos T  
**Resumen:** Las Gráficas Voxelables se definen a partir de la frontera de sólidos construidos

con arreglos de cubos unitarios (voxeles). Sólo consideramos construcciones con fronteras que forman 2-variedades conexas y cerradas. Los vértices en una gráfica voxelable corresponden a las caras de los voxeles sobre la frontera, siendo dos de estos vértices adyacentes si y sólo si las caras correspondientes comparten una arista. Estas gráficas se han estudiado extensivamente, en el contexto de la teoría topológica de gráficas. En esta plática presentamos propiedades que muestran su utilidad como redes de interconexión.

**Nombre:** Manuel Alcántara Juárez

**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias

**Correo:** manuelalcantara52@gmail.com

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** El problema de la reunión sobre gráficas.

**Co-autores:** Armando Castañeda Rojano, José David Flores Peñaloza, Sergio Rajsbaum Gorodezky

**Resumen:** Desde la perspectiva del cómputo distribuido, en los últimos años se ha visto un gran interés por proponer modelos basados en sistemas de robots móviles. Entre estos, uno de los problemas con mayor interés es el problema de la reunión, en donde se busca que todos los robots se vayan acercando hasta quedar en el mismo lugar. ¿Qué pasaría si los robots se mueven sobre los vértices de una gráfica y en algún momento deben decir un cierto vértice? En esta plática se muestra que el problema de la reunión con terminación en gráficas es imposible de solucionar.

**Nombre:** Eric Pauli Pérez Contreras

**Institución:** UNAM - Campus Juriquilla

**Correo:** ericpc@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Dos teoremas entre la combinatoria y la geometría, una conexión: los poliedros.

**Co-autores:**

**Resumen:** Vamos a hablar de poliedros esféricos. Un poliedro esférico es simplemente una gráfica simple, plana y 3-conexa. Cualquier poliedro se puede dibujar esencialmente de una manera en el plano o la esfera (Teorema de Withney). Por otro lado hay un teorema de Tutte de clasificación de poliedros que dice que cualquier gráfica plana 3-conexa o bien es una rueda o se puede obtener de una rueda a través de dos operaciones permitidas. Podemos hablar entonces de reducir un poliedro y pensar que los poliedros esféricos están clasificados y se pueden reducir y expandir con una cierta operación local. La idea es platicar cómo éstos teoremas han sido de utilidad en mi tesis doctoral mediante algunos ejemplos y en el camino intentar discutir un poco si estamos haciendo combinatoria o geometría.

**Nombre:** Flor de María Aguilar Campos

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** florecita.aguilar.c@gmail.com

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** Receta para generar encajes poliedrales de gráficas 3-regulares

**Co-autores:** Gabriela Araujo Pardo, Natalia García Colín

**Resumen:** Sea  $G$  una gráfica 3-regular y  $\Pi$  un encaje poliedral de la gráfica. La *gráfica ex-*

tendida,  $G^e$ , de  $\Pi$  es la gráfica cuyo conjunto de vértices es  $V(G^e) = V(G)$  y cuyo conjunto de aristas  $E(G^e)$  es igual a  $E(G) \cup L$ , donde  $L$  es construido de la siguiente manera: dados dos vértices  $t_0$  y  $t_3$  en  $V(G^e)$  decimos que  $[t_0 t_3] \in L$ , si existen vértices  $t_1$  y  $t_2$ , diferentes de  $t_0$  y  $t_3$ , tal que  $(t_0 t_1 t_2 t_3)$  es un  $\Pi$ -camino facial. Demostramos que existe una correspondencia uno a uno entre el conjunto de gráficas extendidas y los encajes poliedrales.

**Nombre:** Uriel Alejandro Salazar Martínez  
**Institución:** Universidad Autónoma de San Luis Potosí  
**Correo:** urielsalazar260796@outlook.es  
**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)  
**Título de la ponencia:** Politopos asociados a matroides: contando puntos enteros a través de caminos  
**Co-autores:** César Israel Hernández Vélez  
**Resumen:** Dado un politopo  $P$  de dimensión  $d$ , definimos la función  $L(P, k) := \#(kP \cap \mathbb{Z}^n)$  como el número de puntos de coordenadas enteras en la  $k$ -ésima expansión de  $P$ . Se sabe que para politopos enteros  $L(P, k)$  es un polinomio de grado  $d$  conocido como el Polinomio de Ehrhart y que la función generatriz  $\text{Ehr}(P, z) := \sum_{k \geq 0} L(P, k) z^k$ , conocida como la Serie de Ehrhart, es una función racional de la forma  $\frac{h_P^*}{(1-z)^{d+1}}$ , donde  $h_P^*$  es un polinomio de a lo más grado  $d$ . En la presente charla hablaremos del Polinomio de Ehrhart y de la Serie de Ehrhart del politopo de bases del Matroide Lattice Path  $S(a, b)$ . En particular, se dará una caracterización de  $h_P^*$  para este matroide.

**Nombre:** Juan José Montellano  
**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas  
**Correo:** juancho@matem.unam.mx  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** Sobre ordenes lineales y ciclicos  
**Co-autores:**  
**Resumen:** En esta plática hablaremos sobre algunas propiedades de los ordenes lineales y los ordenes cíclicos.

**Nombre:** Ilán A. Goldfeder  
**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa  
**Correo:** ilan.goldfeder@gmail.com  
**Nivel:** Divulgación  
**Título de la ponencia:** Algunas notas históricas sobre la Teoría de las Gráficas  
**Co-autores:**  
**Resumen:** En la presente charla examinaremos algunos de los problemas que motivaron y dieron cuerpo a la Teoría de las Gráficas.

**Nombre:** Javier Bracho  
**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas  
**Correo:** jbracho@im.unam.mx  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** Polihedros Quirales en  $P^3$   
**Co-autores:** Isabel Hubard, Daniel Pellicer  
**Resumen:** Nuevas familias de poliedros quirales serán presentadas con muchos dibujitos.

**Nombre:** Johana Luviano  
**Institución:** Universidad Autónoma

Metropolitana-Azcapotzalco

**Correo:** jlf@azc.uam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Propiedades de los conjuntos independientes extendidos

**Co-autores:** Enrique Reyes

**Resumen:** En esta charla, daremos algunos criterios para que el complejo de conjuntos independientes extendidos de una gráfica, sea un complejo puro (escalonable, Cohen-Macaulay) o un complejo matroide. También estudiaremos su h-vector.

**Nombre:** Ariadna Juárez Valencia

**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

**Correo:** jva.950@gmail.com

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** Gráficas Cuadrado-Complementarias

**Co-autores:** Miguel Pizaña, Bernardo Llano

**Resumen:** Pequeño estudio de la teoría de gráficas para trabajo de tesis, específicamente características y propiedades que satisfacen las gráficas cuadrado-complementarias.

**Nombre:** Amanda Montejano Cantoral

**Institución:** UNAM - Campus Juriquilla

**Correo:** montejano.a@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Una versión heterocromática del teorema de Mantel

**Co-autores:** Ron Aharoni, Matt DeVos, Sebastián González Hermosillo de la Maza, Robert Samal

**Resumen:** El teorema de Mantel (uno de los

primeros resultados en teoría extremal de gráficas) nos dice que toda gráfica con  $n$  vértices y más de  $\frac{1}{4}n^2$  aristas contiene un triángulo. El resultado es exacto pues existen gráficas de orden  $n$  con  $\frac{1}{4}n^2$  sin triángulos. En esta charla presentaremos un resultado que contesta las siguientes preguntas. Sean  $G_1, G_2$  y  $G_3$  tres gráficas sobre el mismo conjunto de vértices,  $V$ , de cardinalidad  $n$  (piensa en cada una de las gráficas de un color distinto). ¿Con cuántas aristas podemos garantizar la existencia de un triángulo heterocromático? ¿Será cierto que si  $|E(G_i)| > \frac{1}{4}n^2$  para toda  $1 \leq i \leq 3$  entonces existe un triángulo heterocromático?

## Viernes

**Nombre:** Edgardo Roldán Pensado

**Institución:** UNAM - Centro de Ciencias Matemáticas

**Correo:** eroldan@matmor.unam.mx

**Nivel:** Plenaria

**Título de la ponencia:** ¿Es más fácil que dos ladrones se repartan un collar o una rosca?

**Co-autores:**

**Resumen:** Imaginemos un collar hecho de diferentes tipos de piedras preciosas. Un problema notable de combinatoria hace la siguiente pregunta: ¿Cómo se puede dividir equitativamente un collar en dos partes usando el menor número de cortes? Este problema fue resuelto en 1986 usando algunas ideas de topología. Desde entonces se han usado ideas parecidas para responder varias preguntas en donde lo que se busca es dividir equitativamente algún objeto. Sin embargo, muchas de estas respuestas han olvidando una restricción

importante del problema original: no se puede partir una piedra del collar a la mitad. En esta plática exploraremos algunos de estos resultados y veremos qué tan diferente es el caso discreto del caso continuo.

**Nombre:** Frank Rodrigo Duque Patiño

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** frankrodrigo@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Contando el número de cruces en gráficas geométricas

**Co-autores:** Ruy Fabila-Monroy, César Hernández-Vélez, Carlos Hidalgo-Toscano

**Resumen:** Una gráfica geométrica es un gráfica cuyos vértices son puntos en posición general en el plano y sus aristas son segmentos de línea recta que unen estos puntos. En esta charla presentaremos un algoritmo para contar el número de intersecciones de aristas sobre gráficas geométricas.

**Nombre:** Gyivan Erick López Campos

**Institución:** UNAM - Campus Juriquilla

**Correo:** gyivane@hotmail.com

**Nivel:** Reporte de tesis (investigación)

**Título de la ponencia:** Encontrando los números de Helly para familias de cajas con regiones prohibidas.

**Co-autores:**

**Resumen:** Imaginemos que tenemos un costal con más de  $h \in \mathbb{N}$  objetos y cada vez que sacamos  $h$  de ellos, nos damos cuenta que tienen una propiedad  $P$ , ¿existirá algún número  $h$  para el cual podamos garantizar que todos los objetos del costal tienen la propiedad  $P$ ?

A este tipo de problemas se les denomina problemas tipo Helly en honor a Eduard Helly (1884-1943) que enunció el primer teorema de este estilo, el famoso Teorema de Helly.

Un problema tipo Helly sería el siguiente: si el costal lo convertimos en el espacio  $\mathbb{R}^d$ , los objetos del costal en una familia  $\mathcal{F}$  de cajas de dimensión  $d$  y tenemos la propiedad de que cada subfamilia de  $\mathcal{F}$  con cardinalidad  $h$  es  $m$ -perforable en  $\mathbb{R}^d \setminus S$  (a  $m$  se le denomina número de perforación y a  $S$  la región prohibida), es decir, para cada subfamilia de  $\mathcal{F}$  con cardinalidad  $h$ , existen  $m$  puntos en  $\mathbb{R}^d \setminus S$  tal que todos los elementos de la subfamilia contienen alguno de ellos, ¿existirá algún número  $h$  para el cual podamos garantizar que toda la familia  $\mathcal{F}$  es  $m$ -perforable en  $\mathbb{R}^d \setminus S$ ?

En esta charla se mostrarán algunos resultados de este problema tipo Helly, variando el número de dimensión  $d$  y el número de perforación y tomando  $S$  arbitraria pero fija.

**Nombre:** Luis Enrique Adame Martínez

**Institución:** Universidad Autónoma de Zacatecas

**Correo:** l\_e\_a\_m@hotmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Hamiltonicidad de algunas gráficas de fichas

**Co-autores:** Luis Manuel Rivera Martínez; José Manuel Gómez Soto

**Resumen:** Dada una gráfica  $G$  de  $n$  vértices y un entero  $k \in \{1, \dots, n-1\}$ . La **gráfica de  $k$ -fichas de  $G$** , denotada por  $G^{(k)}$ , es la gráfica cuyo conjunto de vértices son todos los  $k$ -conjuntos de  $V(G)$ , y dos vértices en  $G^{(k)}$  son

adyacentes si y solo si su diferencia simétrica es una arista de  $G$ .

Las gráficas de fichas se han estudiado al menos desde los 90's, por Alavi y otros investigadores. Esta clase de gráficas se ha redefinido varias veces y con diferentes nombres. El interés por las propiedades de estas gráficas ha aumentado recientemente por sus posibles aplicaciones en áreas tales como teoría de códigos y física cuántica.

En esta plática se dará una reseña histórica sobre las gráficas de fichas, así como presentar algunos resultados sobre la Hamiltonicidad en gráficas de  $k$ -fichas. En particular un resultado original que caracteriza la Hamiltonicidad de las gráficas de dos fichas de la gráfica abanico  $F_{m,n}$ , que se define como la suma (join graph) de  $K_m$  y  $P_n$ , donde en parte de la demostración se propone un algoritmo.

**Nombre:** Julio César Díaz Calderón

**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias

**Correo:** julio\_dc@ciencias.unam.mx

**Nivel:** Divulgación

**Título de la ponencia:** Una aproximación a la investigación matemática desde la resolución de problemas sobre Jaulas

**Co-autores:**

**Resumen:** El propósito de esta charla es invitar a investigadores jóvenes a unirse a un proyecto que coordino sobre una serie de libros que acerquen a alumnos y a profesores a temas de investigación matemática a partir de la resolución de problemas. El primer volumen lo edité en conjunto con Dr. Leonardo Martínez. Presentaré el proyecto general y algunos de los puntos claves de mi artículo sobre jaulas en ese li-

bro. De manera concreta mostraré algunas ideas de cómo navegar entre algunos de los teoremas más importantes de esta área (como el teorema de existencia de las jaulas, el teorema sobre las gráficas de Moore de cuello 5 y algunos resultados sobre polígonos generalizados) por medio de preguntas, técnicas de resolución y nuevas preguntas.

**Nombre:** César Hernández Vélez

**Institución:** Universidad Autónoma de San Luis Potosí

**Correo:** cesar.velez@uaslp.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Grafos con número de cruce a lo más tres.

**Co-autores:** Frank Duque, Gelasio Salazar

**Resumen:** El número de cruce  $cr(G)$  de un grafo  $G$  es el número mínimo de cruces de aristas en cualquier dibujo de  $G$  en el plano. El número de cruce rectilíneo  $\overline{cr}(G)$  es el número mínimo de cruces de aristas en cualquier dibujo de  $G$  en el plano, donde las aristas son dibujadas como segmentos de líneas rectas. En esta charla probaremos que si  $cr(G) \leq 3$ , entonces  $cr(G) = \overline{cr}(G)$ .

**Nombre:** Jesús Leños Macías

**Institución:** Universidad Autónoma de Zacatecas

**Correo:** jesus.leanos@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Sobre una conjetura de B. Richter sobre el grado máximo de las gráficas  $k$ -críticas en cruces

**Co-autores:** D. Bokal, Z. Dvořák, P. Hliňený,

B. Mohar, T. Wiedera

**Resumen:** En 2003 B. Richter conjeturó que, para cada entero positivo  $k$ , existe una constante  $f(k)$  tal que si  $G$  es una gráfica  $k$ -crítica en cruces, entonces  $G$  tiene grado máximo a lo más  $f(k)$ . Esta conjetura fue refutada en 2010 por Z. Dvořák y B. Mohar quienes mostraron la existencia de contraejemplos para cada  $k \geq 171$ . En esta plática probaremos que tal conjetura es verdadera si y sólo si  $k \leq 12$ .

**Nombre:** Luis Montejano Peimbert

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** luis@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Sobre la conjetura de Banach

**Co-autores:**

**Resumen:** En 1932 Banach conjeturo que si cualesquiera dos  $n$ -subespacios de un espacio de Banach  $V$  son isométricos entonces  $V$  es un espacio de Hilbert. En 1967, Gromow probó la conjetura para todo entero  $n$  par. Nosotros vamos a mostrar como demostrar la conjetura para  $n = 5$  y  $n = 9$ . Traduciremos la conjetura a un problema de conjuntos convexos y diremos cuales es la conexión del problema con la topología algebraica clásica. Finalmente indicaremos como, a través de la Teoría de Grupos de Lie, podemos resolver la conjetura, en dimensiones 5, 9 y dar indicaciones de como poder resolverla para todo entero de la forma  $n = 5m + 1$ .

## Sesión de Pósters

**Nombre:** Juan Ángel Acosta Ceja

**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa

**Correo:** juangel\_viola@hotmail.com

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:** Encajes en libro

**Co-autores:** Julian Alberto Fresan Figueroa

**Resumen:** Un **k-libro**, o libro de  $k$  páginas, consiste en una línea  $L$  llamada **lomo** y  $k$  semiplanos distintos, llamados **hojas o páginas**, que tienen a  $L$  como su frontera común. El **encaje en un k-libro** de una gráfica es un mapeo de cada vértice al lomo y cada arista al interior de a lo más una página de manera que aristas en una misma página no se crucen. Los encajes en libro pueden verse como un problema de coloración de aristas: dibujaremos la gráfica con todos sus vértices sobre un círculo y colorearemos las aristas de tal forma que cualesquiera dos aristas que se intersecten deben de colorear de distinto color. Usando esta equivalencia, en este póster presentaremos algunos resultados clásicos de los encajes en libro.

**Nombre:** Pedro Alberto Antonio Soto

**Institución:** UNAM - Instituto de Matemáticas

**Correo:** dpaas10@gmail.com

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:** Sobre la evaluación del polinomio de Tutte en  $(2, -1)$

**Co-autores:**

**Resumen:** En este póster hablaremos sobre la evaluación del polinomio de Tutte en el punto  $(2, -1)$ , dando una interpretación combinatoria de dicha evaluación para una familia de gráficas

llamada piñatas.

**Nombre:** Maite Regina Benítez Escárcega

**Institución:** Universidad Autónoma de Querétaro

**Correo:** maiteregina benitez@gmail.com

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:** Modelo de programación entera para la asignación de salones en la FI-UAQ

**Co-autores:** M.C. Luisa Ramírez Granados, Dr. Luis E. Urbán Rivero

**Resumen:** En la Facultad de Ingeniería (FI) de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ) se asignan por semestre aproximadamente 400 cursos de licenciatura, dicha actividad se hace con base a la experiencia del encargado(a) y es susceptible a errores. La actividad se realizaba manualmente revisando los horarios de los cursos en una hoja de cálculo y procurando mantener los que pertenecen al mismo programa de licenciatura en la menor cantidad de edificios posibles. Se diseñó un modelo de programación entera que tome en cuenta las condiciones de la FI-UAQ. Como función objetivo se pretende minimizar la relación entre el tamaño del grupo y el cupo del salón así como minimizar la diferencia entre el salón asignado y el salón preferido para el curso. Se utilizaron datos de las asignaciones reales e infraestructura de la FI-UAQ para realizar la asignación del semestre en curso, con visto bueno de las autoridades universitarias.

**Nombre:** Mariel Adriana Jácome Balderas

**Institución:** Universidad Autónoma

Metropolitana-Cuajimalpa

**Correo:** mariel.jacome29@gmail.com

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:** Número Cromático de Juegos

**Co-autores:** Mika Olsen

**Resumen:** Para este juego tomamos dos jugadores  $A$  y  $B$ ; donde se tiene una gráfica  $G$  con  $n$ -vértices y  $m$ -colores, donde se cumple:  $\chi(G) \leq m \leq n$ . El objetivo de  $A$  es colorear una gráfica  $G$  dada con un número de colores predeterminado, por otro lado,  $B$  tiene el objetivo de evitar que la gráfica tenga una buena coloración. El juego inicia cuando el jugador  $A$  colorea algún vértice de la gráfica, después el jugador  $B$  colorea otro vértice, alternando turnos para colorear vértices; ambos jugadores deben respetar que vértices adyacentes tengan diferente color. El objetivo general del juego consiste en encontrar cotas para  $\chi(G)$ , donde la cota inferior es donde  $B$  gana si juega bien (no existe ninguna estrategia ganadora para  $A$ ), y la cota superior es donde  $A$  gana si juega bien (existe una estrategia ganadora para  $A$ ). El jugador  $A$  gana cuando se logra una buena coloración de  $G$  con  $m$ -colores. El jugador  $B$  gana cuando hay algún vértice que no pueda colorearse con  $m$  colores.

**Nombre:** Aarón Jiménez Aparicio

**Institución:** Universidad del Papaloapan

**Correo:** aaronjzap@gmail.com

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:** Energía y energía por vértices en redes de mundo pequeño.

**Co-autores:**

**Resumen:** El concepto de energía de una gráfi-

ca nació de la teoría orbital propuesta por E. Hückel (1896-1980) para el estudio del comportamiento de los electrones en las moléculas de hidrocarburo y esta íntimamente relacionado con su estructura química.

El interés de conocer el comportamiento de la energía en redes de mundo pequeño, recae en su uso para modelar fenómenos sociales y biológicos, por mencionar algunos. Bajo esta intención se hace un análisis cuantitativo entre energía, desigualdades probabilísticas y medidas invariantes en gráficas, para demostrar la correlación existente.

**Nombre:** Miguel Eduardo Licona Velázquez

**Institución:** Universidad Autónoma del Estado de México

**Correo:** 1.93\_miguel@hotmail.com

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:**  $H$ -núcleos por caminos en la subdivisión parcial de una digráfica.

**Co-autores:** María del Rocío Rojas Monroy

**Resumen:** En 1973 Chvátal [1] demuestra que el problema de saber si una digráfica dada tiene un núcleo o no es un problema NP-completo, es por ésto que diversos autores se han dado a la tarea de dar condiciones suficientes para que las digráficas tengan núcleo, muchos otros se han encargado de buscar familias de digráficas que tengan dicha propiedad y lo mismo se ha hecho para núcleos por trayectorias dirigidas monocromáticas y  $H$ -núcleos por caminos.

Los conceptos antes mencionados son muy importantes para la teoría de digráficas, ya que tienen diversas aplicaciones, tales como, para los juegos tipo Nim, para la lógica, entre muchas otras.

El proyecto de investigación está más orientado hacia la segunda línea de investigación, buscar familias de digráficas a través de operaciones entre digráficas las cuales preserven  $H$ -núcleos por caminos.

En esta investigación las siguientes definiciones serán de gran utilidad.

Tomamos  $H$  una digráfica posiblemente con lazos y  $D$  otra digráfica, diremos que  $D$  está  $H$ -coloreada si los elementos de  $F(D)$  están coloreados con las etiquetas de los vértices de  $H$ .

Diremos que un conjunto  $N \subseteq V(D)$  es un  $H$ -núcleo por caminos si cumple con:

- Para todo  $\{u, v\} \subseteq N$  no existe una  $uv$ - $H$ -camino, es decir,  $N$  es  $H$ -independiente por caminos.
- Para todo  $x \in V(D) \setminus N$  existe  $v \in N$  tal que  $v$  absorbe vía una  $H$ -camino a  $x$ , es decir,  $N$  es  $H$ -absorbente por caminos.

Las operaciones en digráficas que consideramos las describimos a continuación.

**Subdivisión de una digráfica:** Sean  $H$  y  $D$  dos digráficas, una subdivisión de  $D$  es la digráfica  $S_H(D)$   $H$ -coloreada definida como:

1.  $V(S_H(D)) = V(D) \cup F(D)$ .
2.  $F(S_H(D)) = \{(u, a) : a = (u, v) \in F(D)\} \cup \{(a, v) : a = (u, v) \in F(D)\}$ , donde  $(u, a, v)$  es un  $H$ -camino.

**Subdivisión parcial de una digráfica:** Sean  $H$  y  $D$  dos digráficas y  $G$  una subdigráfica generadora de  $D$  tal que  $\delta_G^+(v) = 0$  si y sólo si  $\delta_D^+(v) = 0$ . Una subdivisión parcial de  $D$  es la digráfica  $R_H^G(D)$   $H$ -coloreada definida:

1.  $V(R_H^c(D)) = V(S_H(G))$ .
2.  $F(R_H^c(D)) = F(S_H(G)) \cup F(D)$ .

En la plática, explicaré los pasos que se siguieron para poder demostrar algunos resultados de la investigación y de esta manera garantizar la existencia de  $H$ -núcleos por caminos en la subdivisión parcial de una digráfica posiblemente infinita. El Teorema principal es el siguiente:

**Teorema.** Sean  $H$  una digráfica y  $D$  una digráfica sin trayectorias infinitas exteriores,  $G$  una subdigráfica generadora de  $D$  y  $R_H^c(D)$  una subdivisión parcial de  $D$ . Supongamos que  $|V(R_H^c(D))| \geq 2k + 3$  y  $|\xi_{R_H^c(D)}^+(V)| \leq k$  para todo  $v \in V(R_H^c(D))$  y para algún entero  $k \geq 1$ . Entonces  $R_H^c(D)$  tiene un  $H$ -núcleo por caminos.

1. V. Chvátal (1973). *On the computational complexity of finding a kernel*, Report CRM300, Centre de Recherches Mathématiques, Université de Montréal.
2. H. Galeana Sánchez, M. R. Rojas Monroy, M. R. Sánchez López y B. Zavala Santana (2016). *H-kernels by walks in the subdivision digraph*, submitted.
3. Von Neumann J. y O. Morgenstern (1994). *Theory of games and economics behaviour*. Princeton University Press, Princeton.
4. R. Rojas-Monroy y J. I. Villarreal-Valdés (2010). *Kernels in Infinite digraphs*, AKCE J. Graphs. Combin, 7, 103–111.

**Nombre:** Hugo Alexer Pérez Vicente

**Institución:** Universidad Iberoamericana Ciudad de México

**Correo:** hugo.perez@ibero.mx

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:** Modelación y optimización del problema de ruteo de arcos capacitados dependiente del vehículo

**Co-autores:** Luis E. Urbán, Jonás Velasco

**Resumen:** El Problema de Ruteo de Arcos Capacitados (CARP por sus siglas en inglés) es un problema de optimización combinatoria que consiste en satisfacer demandas de servicios o productos sobre determinadas calles de una red, mediante una flotilla de vehículos, minimizando el costo total de recorrido involucrado. Este problema ha sido ampliamente estudiado durante muchos años debido también a que puede ser aplicado a casos reales como recolección de basura, mantenimiento de calles, lectura de medidores eléctricos, entrega del servicio postal, entre otros. En el presente trabajo se propone una nueva generalización del CARP denominada CARP-VD (*Capacitated Arc Routing Problem with Vehicle Dependence*) como un modelo de programación lineal entero mixto, que considera que los costos para satisfacer la demanda dependen del tipo de vehículo elegido de una flotilla heterogénea. Dada la naturaleza combinatoria, se propone una heurística constructiva de dos etapas: la primera etapa resolviéndolo como un problema de asignación generalizada y en la segunda etapa estableciendo las rutas para cada uno de los vehículos. En los experimentos computacionales, los resultados sobre varias instancias obtenidas de la literatura, demuestran que la heurística constructiva propuesta obtiene soluciones de buena calidad en tiempo de cómputo cortos en comparación con el método exacto.

**Nombre:** Mónica Andrea Reyes Quiroz  
**Institución:** Universidad Autónoma del Estado de México  
**Correo:** dusoleil\_nm@outlook.com  
**Nivel:** Póster  
**Título de la ponencia:** Sobre el Problema del Caballo

**Co-autores:**

**Resumen:** El llamado *problema del caballo* es un antiguo problema matemático relacionado con el ajedrez. Consiste en encontrar una secuencia de movimientos válidos de esta pieza para que recorra todas las casillas del tablero, visitando cada una solo una vez volviendo a la posición de partida. El problema ha sido planteado para tableros de diferentes tamaños y distintas condiciones iniciales que se explicarán en este trabajo.

**Nombre:** María Fernanda Rivera Omaña  
**Institución:** UNAM - Facultad de Ciencias  
**Correo:** marrivoma@ciencias.unam.mx  
**Nivel:** Póster  
**Título de la ponencia:** Una introducción a las matroides de Coxeter

**Co-autores:** Julian Pfeifle

**Resumen:** El conjunto de bases de una matroide se puede pensar como una colección de vértices de un cubo  $0/1$ . El célebre teorema de Serganova caracteriza estas colecciones como aquellos subconjuntos de vértices con suma de coordenadas constante cuya envolvente convexa tiene todas las aristas paralelas a vectores del tipo  $e_i - e_j$ . Las matroides de Coxeter generalizan esta situación del caso  $A_{n-1}$  a la geometría icosaedral, y de hecho a todos los demás grupos de reflexiones de Coxeter. En esta charla

presentamos unos resultados sobre la geometría poliedral de estas matroides y la enumeración completa de familias pequeñas, y comprobamos para estos casos el análogo de unas conjeturas de de Loera *et al.* para el caso clásico  $A_{n-1}$ .

**Nombre:** Flor Alejandra Romero Montiel

**Institución:** UNAM, IIMAS

**Correo:** f.alejandra.r.m@gmail.com

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:** Solución de un problema combinatorio mediante un algoritmos genético aplicado a microarreglos de ADN.

**Co-autores:** Dra. Katya Rodríguez Vázquez

**Resumen:** El problema de selección de características se puede formular de la siguiente manera: dada una base de datos que describe un objeto con  $k$  propiedades medidas en ella y  $n$  tal que  $n < k$ , determinar el subconjunto de características de tamaño  $n$  tal que el objeto puede seguir siendo descrito de manera correcta. El contexto del problema surge de la biología, donde se tienen microarreglos de ADN obtenidos de pacientes que presentan algún tipo de cáncer y otros que no. En este caso el número  $k$  de características consideradas es de 12600 y  $n = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ , en el caso  $n = 40$  se tiene que las combinaciones posibles son  $2.769433725387709e+34$  lo cual es mayor que la edad del universo en segundos. La selección de los subconjuntos se realiza mediante un algoritmo genético. Se muestran resultados para la base de datos *prostate cancer*, obteniéndose una precisión superior al 90% en todos los casos.

Referencias:

1. Arranz de la Peña, J., and Parra Truyol,

A. *Algoritmos genéticos*. Recuperado el 20 (2007), 06–07

2. Cano Gutiérrez, C. *Extracción de conocimiento de microarrays y literatura biomédica para el estudio de la regulación genética* [tesis doctoral]. Granada: Editorial de la Universidad de Granada (2010)
3. Garro, B. A., Rodríguez, K., and Vázquez, R. A.. *Classification of dna microarrays using artificial neural networks and abc algorithm*. *Applied. Soft Computing* 38 (2016), 548–560
4. Illana-Rico, E. *Análisis bioinformático de datos de expresión genética obtenidos mediante tecnología de microarrays*.
5. Wetzel, A. *Evaluation of the effectiveness of genetic algorithms in combinatorial optimization*.

del número acromático.

Teorema: Sean  $H \cong C_{2n+1}$ ,  $G \cong C_{n(2n+1)}$  tales que  $\Psi(G) = 2n + 1$  y  $\Psi(H) = 2n + 1$ , entonces  $\Psi(G[H]) = (2n + 1)^2$

Y además a partir de dicha construcción generar algunas otras familias.

**Nombre:** Alejandra Silva Ramírez

**Institución:** Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa

**Correo:** aletadetiburon14@gmail.com

**Nivel:** Póster

**Título de la ponencia:** Número acromático de composiciones con ciclos hamiltonianos.

**Co-autores:** Mika Olsen, Christian Rubio Montiel

**Resumen:** En este poster se desea presentar la forma en que se construyó una familia de gráficas, utilizando una  $k$ -factorización en ciclos hamiltonianos de tal manera que si dichas gráficas cumplen las características del teorema siguiente se puede encontrar el valor

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
9:30-9:55	<b>Inauguración</b>	Dino	<b>Rafael Villarroel</b>	Criel Merino	<b>Edgardo Roldán</b>
9:55-10:20	<b>Adriana Hansberg</b>	Mika Olsen		Luz Gasca	
10:20-10:45		Christian Rubio	Adrián Vázquez	Manuel Alcántara	Frank Duque
10:45-11:05	Café				
11:05-11:25	Ludwin Hernández	Gerardo Tecpa	Ana Trujillo	Eric Pérez	Gyivan López
11:25-11:45	Teresa Hoekstra	Felipe Hernández	María Martínez	Flor Aguilar	Luis Adame
11:45-12:05	Andrés Carnero	Víctor Sánchez	Tonatiuh Wiederhold	Uriel Salazar	Julio Díaz
12:05-12:25	Café				
12:25-12:50	Guadalupe Rodríguez	<b>Concurso de Posters</b>	Rita Zuazua	Juan José Montellano	César Hernández
12:50-1:15	Luis Rivera		Joaquín Tey	Ilan Goldfeder	Jesús Leños
1:15-1:40	<b>Comida</b>				Luis Montejano
					<b>Clausura</b>
4:00-4:25	Déborah Oliveros	Gabriela Araujo	Excursion	Javier Bracho	
4:25-4:50	Carlos Segovia	Rocío Sánchez		Johana Luviano	
4:50-5:15	Julián Fresán	<b>Sesión de Problemas</b>		Ariadna Juárez	
5:15-5:40	Diego González			Amanda Montejano	