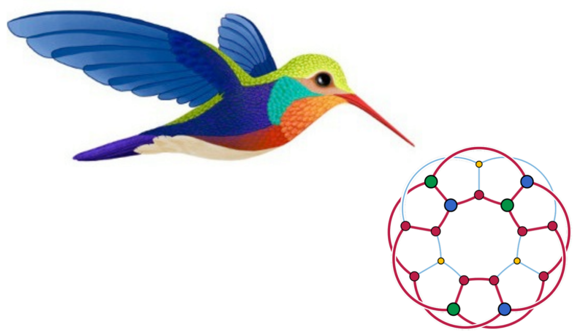
XXXV Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones



Centro Educativo y Cultural del Estado de Querétaro
«Manuel Gómez Morín»

1–6 de marzo de 2019

Índice general

Comités

Comité ejecutivo

Hortensia Galeana (UNAM)

Gelasio Salazar (UASLP)

Comité organizador

Natalia García Colín (ULB, visitante)

César Hernández Vélez (UASLP)

Jesús Leaños (UAZ)

Edgardo Roldán Pensado (UNAM)

Comité local

Adriana Hansberg (UNAM)

Déborah Oliveros (UNAM)

Amanda Montejano (UNAM)

Comité consultivo

Mucuy-kak Guevara (UNAM)

Mika Olsen (UAM-C)

Horarios

Horario	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
9:00–9:30	Inauguración				
9:30–9:55	Mucuy-kak Guevara	Gelasio Salazar	Amanda Montejano	Miklós Bóna	Mika Olsen
9:55–10:20			Adriana Hansberg		
10:20–10:35			Café		
10:35–11:00	Rafael Villarroel	Miguel Pizaña	Antoine Dailly	Javier Bracho	Julián Fresán
11:00–11:25	Ralihe Villagrán	Ismael Robles	Denae Ventura	Gyivan López	Diego González
11:25–11:50	Jesús Pachecho	Jesús Leaños	Mario Guadiana	Eric Pérez	Alejandra Silva
11:50–12:10			Café		
12:10–12:35	Ariadna Juárez	Laura Eslava	Alma Arévalo	Joaquín Tey	Juan José Montellano
12:35–13:00	Ana Laura Trujillo	Pósteres	Johana Luviano	Elena Martínez	Caleb Aguilar
13:00–13:25	Fernando Contreras		Criel Merino	Luis Alberto Gómez	Christian Rubio
13:25–16:00			Comida		
16:00–16:25	Déborah Oliveros	Dino		Guadalupe Rodríguez	
16:25–16:50	Rodrigo Chávez	Narda Cordero		Adrián Vázquez	
16:50–17:15	Jesús Marín	Ricardo Gómez		Rocío Salinas	
17:15–17:30	Café			Café	
17:30–17:55	Iván Serapio	Mario Huicochea		Tonatiuh Matos	
17:55–18:20	Leonardo Martínez	Luis Montejano		Andrés Carnero	
18:20–19:00		Sesión de problemas			

Plenarios

Miklós Bóna

Es profesor en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Florida.

Estudió el doctorado en matemáticas en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) de Estados Unidos, la maestría en la Universidad de Paris 7 en Francia y la licenciatura en la Universidad de Eötvös Loránd en Hungría.

Las áreas principales en las que realiza su investigación son las de combinatoria, conjuntos parcialmente ordenados, probabilidad, ciencias de la computación y biología matemática.

Mucuy-kak Guevara

Es profesora de tiempo completo en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional Autónoma de México, campus Ciudad de México, CDMX.

Realizó sus estudios de licenciatura, maestría y doctorado en matemáticas en la Universidad Nacional Autónoma de México.

Las áreas principales que aborda su investigación son las de Núcleos, y coloraciones en digráficas.

Mika Olsen

Es profesora de tiempo completo en el Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas de la Universidad Autónoma Metropolitana, campus Cuajimalpa.

Realizó sus estudios de licenciatura, maestría y doctorado en matemáticas en la Universidad Nacional Autónoma de México.

Las áreas principales en las que realiza su investigación son las de Estructuras en digráficas, Núcleos, Ciclos, Conjuntos acíclicos, Coloraciones de torneos, y Número dicromático.

Gelasio Salazar

Es profesor investigador del Instituto de Física de la Universidad Autónoma de San Luis Potosi.

Estudió la carrera de físico matemático en la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí y la maestría en ciencias en el área de Física en el Instituto de Física de la misma universidad. Realizó sus estudios de doctorado en Matemáticas en la Carleton University en Ottawa, Canadá.

Las áreas principales que aborda su investigación son las de Teoría de Gráficas, y Geometría Discreta y Computacional.

Ponencias

Lunes

Conexidad monocromática en digráficas.
Mucuy-kak Guevara, UNAM - Facultad de Ciencias.

Investigación

Co-autor(es): Diego González Moreno y Juan José Montellano

Chartrand, Johns, McKeon and Zhang [3] generalizan el concepto de conexidad en gráficas a gráficas coloreadas en aristas y definen la conexidad arcoíris (cada dos vértices de la gráfica están conectados por una trayectoria arcoíris). Este concepto fue extendido a digráficas coloreadas en flechas [1,4]. Caro y Yuster [2] introducen el concepto análogo de la conexidad monocromática en gráficas.

En esta plática daremos el concepto de conexidad monocromática tanto en flechas como en vértices pero en digráficas fuertemente conexas. Estudiaremos la conexidad monocromática de la digráfica (esto es que entre cualesquiera dos vértices exista una trayectoria que tenga sus vértices interiores o sus flechas del mismo color). Para esto, definimos los números $smc(D)$ y $smc_v(D)$ de la digráfica D como el máximo número de colores que pueden ser usados en una coloración de las aristas o de sus vértices, respectivamente, tal que la digráfica así coloreada sea monocromáticamente conexa.

El objetivo principal es poder dar valores para estos dos números. Primero les platicaré sobre el número $smc(D)$, éste se puede dar en función del tamaño de la digráfica y de una subdigráfica generadora mínima y si es hamiltoniana en función sólo del tamaño y del orden. Después, si D es la digráfica de líneas de alguna otra, entonces podemos asegurar su número $smc_v(D)$, también podemos dar condiciones para conocer este número en un torneo.

Referencias

[1] J. Alva-Samos, J. Montellano-Ballesteros, *Rainbow connection in some digraphs*, Graphs Combin. (2016) 1–11, in press.

[2] Y. Caro, R. Yuster, *Colorful monochromatic connectivity*, Discrete Math. 311 (2011) 1786–1792.

[3] G. Chartrand, G.L. Johns, K.A. McKeon, P. Zhang, *Rainbow connection in graphs*, Math.

Bohem. 133 (2008) 85–98.

[4] P. Dorbec, I. Schiermeyer, E. Sidorowicz, E. Sopena, *Rainbow connection in oriented graphs*, Discrete Appl. Math. 179 (2014) 69–78.

Gráficas de clanes de complementos de gráficas regulares
Rafael Villarroel Flores, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Investigación

Dada una gráfica simple finita G, su gráfica de clanes $K(G)$ es la gráfica de intersección de las subgráficas completas maximales de G. Definimos la sucesión de gráficas iteradas de clanes de G como: $K^0(G) = G$, $K^n(G) = K(K^{n-1}(G))$ si $n > 1$. Decimos que G es convergente si la sucesión de gráficas iteradas de clanes contiene una cantidad finita de gráficas salvo isomorfismo. Si G no es convergente, decimos que es divergente.

En esta plática daremos razones para plantear la siguiente conjetura: Para cada $n > 0$ existe M tal que si G es una gráfica n-regular y tiene al menos M vértices, entonces el complemento $\overline{G}$ es divergente.

Gráficas Hadamard-Diagonalizables
Ralihe Raúl Villagrán Olivas, CINVESTAV

Investigación

Co-autor(es): J. Breen; S. Butler; M. Fuentes; B. Lidicky; M. Phillips; A. Riasanovsky; S. Song; C. Wiseman; X. Zhang

Si una gráfica G tiene todo un conjunto de vectores propios ortogonales con entradas de la forma ± 1, entonces la matriz formada de tomar los vectores propios como columnas es una matriz de Hadamard y se dice que la gráfica es Hadamard-diagonalizable. Es decir, sea L la matriz Laplaciana de G, si existe una matriz de Hadamard H tal que $\frac{1}{n}H^tLH = \Lambda$ donde Λ es la matriz de valores propios, entonces G es una gráfica Hadamard-diagonalizable. Nosotros determinamos todas las gráficas que son Hadamard-diagonalizables con hasta 36 vértices.

Inversas del laplaciano reducido de las gráficas K_n, W_n , F_n y el juego NIM-O-DO
Jesús Pacheco Mendoza, UNAM - Instituto de Matemáticas

Investigación

Se muestran las inversas del laplaciano reducido de las gráficas K_n, W_n , F_n que tienen propiedades combinatorias interesantes. Estas también son utilizadas para estudiar un juego equivalente al NIM-O-DO.

La retroalimentación entre demostraciones y algoritmos en el caso de las gráficas cuadrado-complementarias
Ariadna Juárez Valencia, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Investigación

Co-autor(es): Miguel Pizaña

Una gráfica cuadrado complementaria, es una gráfica cuyo cuadrado es isomorfo a su complemento. En Discrete Mathematics **327** (2014) se plantea el problema abierto de determinar si existen gráficas cuadrado-complementarias d-regulares de cuello al menos 5. Resulta que muchas de las gráficas cuadrado complementarias conocidas son d-regulares, se tiene que para una gráfica cuadrado complementaria d-regular necesariamente $|G| \leq d^2 + d + 1$; esta igualdad se alcanza exactamente cuando el cuello es mayor o igual a 5.

En esta plática se resume *la solución negativa* que encontramos a este problema de existencia para el caso $d = 4$. Donde en primera instancia, la solución encontrada consiste en una búsqueda exhaustiva por computadora usando la técnica conocida como *backtracking*. El tiempo necesario para determinar la cuestión a fuerza bruta, con computadoras modernas, sería de más de 221 millones de años. En nuestro trabajo hemos empleado técnicas avanzadas de podado de ramas que utilizan los automorfismos de las soluciones parciales para determinar si alguna solución parcial equivalente (salvo isomorfismo) ha sido considerada con anterioridad, evitando así realizar trabajo redundante. De esta manera se logró reducir el tiempo necesario para la búsqueda exhaustiva a solo 30 minutos, reduciendo 7 cuatrillones de posibilidades a casi 10 millones. El algoritmo se puede convertir en una demostración, pero produciría ésta tendría casi 10 millones de casos. Aunque la prueba sería válida, nadie la podría terminar de leer. Por ello, estamos buscando una prueba humanamente legible. Con esta finalidad usamos de igual forma la computadora; utilizando nuevos teoremas que hemos desarrollado y que permiten programar mejores algoritmos. Estamos analizando cuáles divisiones en casos y subcasos producen el menor número de subcasos a considerar, por medio del método ávido (escoger siempre la ruta que produzca menos subcasos en cada momento). Hasta el momento hemos logrado reducir los casos de la prueba de casi 10 millones primero a sólo 88 y luego a sólo 43. Esperamos reducir el número de casos aún más.

Reconstrucción y grupo de automorfismos de gráficas de fichas.
Ana Laura Trujillo Negrete, CINVESTAV

Investigación

Co-autor(es): Ruy Fabila Monroy, Carlos Hidalgo Toscano e Irene Parada.

Sea G una gráfica de orden n y sea k un entero entre 1 y $n-1$. La gráfica de k-fichas de Ges la gráfica cuyos vértices son todos los k-conjuntos de $V(G)$ y donde dos de estos k-conjuntos son adyacentes si su diferencia simétrica es un par de vértices adyacentes en G. El estudio de las gráficas de fichas data (al menos) a finales de la década de los 80's, y desde entonces han sido estudiadas por varios matemáticos, entre ellos, el matemático Paul Erdös; y con distintos objetivos, tales como el problema de isomorfismo en gráficas, así como para modelar fenómenos de Física Cuántica. En el año 2012, Ruy Fabila et al. conjeturaron que si G y H son dos gráficas tales que sus gráficas de k-fichas son isomorfas para algún k, entonces G y H son isomorfas. Esta conjetura es equivalente a mostrar que una gráfica G puede reconstruirse de manera única (salvo isomorfismo) a partir de su gráfica de k-fichas. El objetivo de esta plática es mostrar que si G es una gráfica conexa tal que cualquier 4-ciclo induce un K_4, entonces para cualquier k admisible podemos reconstruir a G en tiempo polinomial a partir de su gráfica de k-fichas. Además hablaremos del grupo de automorfismos de la gráfica de k-fichas y su relación con el problema de reconstrucción de gráficas de fichas.

Cográficas (∞, k)-polares en términos de subgráficas prohibidas.
Fernando Esteban Contreras Mendoza, UNAM - Facultad de Ciencias

Investigación

Co-autor(es): César Hernández Cruz

Una gráfica que no tiene trayectorias de cuatro vértices como subgráficas inducidas es llamada una *cográfica*. Una *partición* (s, k)*-polar* de una gráfica es una partición (A, B) de su conjunto de vértices tal que A induce una gráfica multipartita completa con a lo más s partes y B induce la unión ajena de a lo más k clanes. Se dice que una gráfica es (s, k)*-polar* si admite una partición (s, k)-polar. Las gráficas (s, ∞)- e (∞, k)-polares se definen de manera análoga.

En esta charla abordaremos el problema de caracterizar cográficas (∞, k)-polares (para k fija) por medio de familias finitas de subgráficas prohibidas. Se presentarán listas completas de obstrucciones para los casos $k = 2$ y $k = 3$, y se mostrará una construcción recursiva parcial para el caso general.

La geometría y la combinatoria de las hipergráficas de segmentos de recta.
Déborah Oliveros Braniff, UNAM - Campus Juriquilla.

Investigación

Una r-hipergráfica de segmentos de recta H, es una hipergráfica cuyas aristas consisten de r puntos alineados en $\mathbb{R}^2$ con coordenadas enteras consecutivas. En esta charla hablaremos del número cromático $\chi(H)$ y del número de cubierta $\tau(H)$ de esta hipergráfica que además tiene propiedades geométricas interesantes.

Trayectorias ortogonales monocromáticas ajenas
Rodrigo Guadalupe Chávez Jiménez, UNAM - IIMAS

Reporte de tesis (investigación)

Co-autor(es): Jorge Urrutia

Para un punto x en el plano, una línea en forma de L que consiste de un rayo vertical y uno horizontal que amanan de x es llamada $L - linea$ con esquina en x. Sean n puntos rojos y n puntos azules en el plano lattice en posición general. Se sabe que el número de intersecciones al crear dos árboles geométricos de puntos rojos y azules en el plano depende de el número de alternancias de color en el cierre convexo. En el año 2013 Mikio Kano provó que se pueden construir 2 árboles, rojo y azul, con segmentos de $L - lineas$ con a lo más una intersección. Esta plática tiene como objetivo presentar los avances del problema donde se buscan dos trayectorias de segmentos de $L - lineas$, monocromáticas, ajenas que visiten cada punto haciendo uso de puntos de Steiner. Un punto Steiner es un punto que no es parte de la entrada original pero es agregado durante la solución del problema.

Conjuntos de testigos para vigilar polígonos ortogonales.
Jesús Nestaly Marín Nevárez., UNAM - IIMAS.

Investigación

Co-autor(es): Israel Aldana Galván; Carlos Alegría; José Luis Álvarez Rebollar; Erick Solís Villarreal; Jorge Urrutia

En este trabajo estudiamos una variante del Problema de la Galería de Arte en la que buscamos un conjunto de puntos en un polígono tal que, si cada punto de este conjunto es visto por al menos un guardia, entonces se garantiza la vigilancia del polígono. Un conjunto de puntos con esta cualidad se llama conjunto *testigo*.

En el modelo tradicional de visibilidad, dos puntos en un polígono se ven entre sí si el segmento de línea que los une está completamente contenido en dicho polígono. Un conjunto de puntos G vigila a un polígono simple P si todo punto de P es visto por al menos un elemento de G. Un conjunto de puntos T es un conjunto testigo de P si podemos garantizar que cualquier conjunto de puntos que vigila a T, también vigila a P.

En el modelo tradicional de visibilidad dos puntos dentro de un polígono se ven entre sí cuando el segmento de línea que los une está completamente contenido en el polígono. Existen polígonos que no admiten un conjunto finito de testigos. Cuando un polígono admite un conjunto finito de testigos los elementos de dicho conjunto siempre se encuentran contenidos en la frontera del polígono. Existe un algoritmo que decide si existe un conjunto finito de testigos para un polígono dado, y en caso de existir, lo reporta en tiempo polinomial.

A nosotros nos interesa encontrar el conjunto mínimo de testigos en polígonos ortogonales bajo tres modelos de visibilidad:

- Rectangular: dos puntos se ven si el rectángulo isotético más pequeño que los contiene está contenido en el polígono.

- Periscópica: dos puntos se ven si existe una trayectoria ortogonal (consistente únicamente en segmentos verticales y horizontales) con a lo más una esquina que los una y que esté contenida en el polígono.
- Escalera: dos puntos se ven si extiste una trayectoria monótona ortogonal que los una y que esté contenida en el polígono.

Primero, probamos que bajo estos tres modelos de visibilidad siempre se puede encontrar un conjunto finito de testigos en un polígono ortogonal. Después, mostramos que hay polígonos ortogonales en los cuales algunos testigos deben colocarse en el interior de los mismos. Por último, damos un algoritmo de tiempo polinomial para encontrar un conjunto mínimo de testigos en un polígono ortogonal dado bajo estos tres modelos de visibilidad.

Topologías en estructuras discretas.
Iván Serapio Ramos, UNAM - Facultad de Ciencias.

Reporte de tesis (Investigación)

Co-autor(es): Natalia Jonard Pérez

En el análisis de imágenes digitales, las gráficas toman mucha relevancia por ser objetos de fácil manejo computacional que pueden ser empleados para modelar ciertos subconjuntos de los espacios digitales, tal y como las imágenes son representadas por pixeles. Uno de los acercamientos aplicados para el análisis de este modelo consiste en asignar una topología admisible de manera que sus propiedades combinatorias se reflejen en términos topológicos. En esta dirección se tienen los aportes de E. D. Khalimsky quien construye el plano digital como un modelo del plano mediante una cuadrícula de pixeles y obtiene un análogo del clásico Teorema de la Curva de Jordan para ciclos en este plano.

En 2005, A. Vella presenta una metodología para topologizar gráficas e hipergráficas usando herramientas de la Teoría de Categorías. El objetivo de la plática es abordar éstos trabajos para intentar generalizar las construcciones a otras estructuras combinatorias discretas como complejos simpliciales, politopos y embaldosados.

Como preservar esqueletos en dimensiones chicas.
Leonardo Ignacio Martínez Sandoval, UNAM - Facultad de Ciencias

Investigación

Co-autor(es): Arnau Padrol.

Cuando proyectamos un politopo de cierta dimensión d a una dimensión menor e se pueden perder algunos de sus vértices o caras de dimensión más alta. Por ejemplo, para la sombra de un tetraedro en un plano, sí es posible que tenga 4 vértices (diremos que se preserva su 0-esqueleto), pero es imposible que tenga sus 6 aristas, pues algunas quedan dentro de la sombra y se pierden como aristas. En este caso decimos que no se preserva su 1-esqueleto.

Los simplejos son politopos que se pueden pensar como generalizaciones en dimensión más alta de los triángulos. Los hipersimplejos son una familia de politopos que generaliza a los simplejos. Entre ellos se encuentran algunos politopos conocidos como el octaedro.

En esta plática daré las ideas generales que nos llevaron a determinar en trabajo conjunto a Arnau Padrol y a mi cuál es la menor dimensión en la que se puede proyectar el hipersimplejo $\Delta_{n,k}$ de modo que se preserve su j-esqueleto.

Martes

Aplicaciones de Combinatoria a Teoría de Nudos.

Gelasio Salazar, Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Investigación

Presentaremos algunos resultados recientes en torno a problemas de Teoría de Nudos que son de una naturaleza eminentemente combinatoria. Por ejemplo, consideremos el siguiente problema. Supongamos que tenemos un nudo que está proyectado en un plano: tenemos una «sombra» S del nudo. A partir de la sombra, en general es imposible decir exactamente cuál es el nudo que se está proyectando. Ok, así es la vida. Pero...¿qué se puede decir? Por ejemplo, tengo mi nudo favorito K en mente. ¿Es posible que K sea el nudo que se está proyectando en S? Más allá de si la respuesta es sí o no, ¿es obvio que existe un algoritmo para responder esta pregunta? Otro ejemplo de pregunta es: ¿Qué tan «fértil» es la sombra S, en el sentido de que cuántos diferentes nudos pueden proyectarse a S? Platicaremos de cómo se puede usar la Teoría de Gráficas (principalmente topológica y extremal) para atacar estos problemas. Asumiré que la audiencia sabe sobre Teoría de Nudos lo mismo que yo sabía hace 3 años, o sea, absolutamente nada.

Sobre las gráficas cuadrado-complementarias.

Miguel Pizaña, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Investigación

Co-autor(es): R. Darda y M. Milanič.

Una gráfica G es *cuadrado complementaria* si su cuadrado es isomorfo a su complemento, es decir, si $G^2 \cong \overline{G}$.

En esta plática hablaremos sobre algunos problemas abiertos sobre gráficas cuadrado complementarias recientemente resueltos. Incluyendo:

Teorema 1. Toda gráfica bipartita es subgráfica inducida de alguna gráfica cuadrado complementaria.

Teorema 2. El problema de decidir si una gráfica es cuadrado complementaria, es polinomialmente equivalente al problema del isomorfismo de gráficas.

Teorema 3. No hay gráficas cuadrado complementarias que sean cordales.

Teorema 4. Todas las gráficas cuadrado complementarias tienen cuello 3, 4, 5 o 7.

También hablaremos de los varios e interesantes problemas abiertos que hay sobre esta clase de gráficas. En particular, todavía no se sabe si en verdad existen gráficas cuadrado complementarias de cuello 5.

Gráficas iteradas de clanes con crecimiento exponencial.

Ismael Ariel Robles Martínez, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Investigación

Co-autor(es): Miguel Pizaña

La *gráfica de clanes* $K(G)$ de una gráfica G, es la gráfica intersección del conjunto de los clanes maximales de G. Las *gráficas iteradas de clanes de* G, se definen de manera iterativa con $K^0(G) = G$ y $K^{n+1}(G) = K(K^n(G))$.

Sea $|K^n(G)|$ el orden de la gráfica $K^n(G)$. Dada una función $g(n)$, se tiene el problema de determinar, si existe alguna gráfica G para las que sus gráficas iteradas de clanes tienen crecimiento $g(n)$, es decir, $|K^n(G)| = \Theta(g(n))$. Son conocidos ejemplos de gráficas con crecimiento lineal [1], crecimiento polinomial [2] y crecimiento súper exponencial [3]. Sin embargo, no se conocen ejemplos de gráficas con crecimiento exponencial (i.e., $|K^n(G)| = \Theta(a^n)$ para algún $a > 1$). En esta plática mostraremos algunos de los resultados de nuestra investigación en curso, sobre dicho problema.

Referencias

[1] F. Larrión and V. Neumann-Lara. *A family of clique divergent graphs with linear growth*. Graphs Combin. 13 (1997) 263–266.

[2] F. Larrión and V. Neumann-Lara. *Clique divergent graphs with unbounded sequence of diameters*. Discrete Math. 197/198 (1999) 491–501.

[3] F. Larrión, V. Neumann-Lara and M.A. Pizaña. *On expansive graphs*. European J. Combin. 30 (2009) 372–379.

Sobre la arista-conexidad de las gráficas de fichas

Jesús Leaños, Universidad Autónoma de Zacatecas

Investigación

Co-autor(es): M. K. Christophe Ndjatchi

Sea G una gráfica simple de orden $n \geq 2$ y sea $k \in \{1, \ldots, n-1\}$. La *gráfica de k-fichas* $F_k(G)$ de G es la gráfica cuyos vertices son los k-conjuntos de $V(G)$, donde dos vértices son adyacentes en $F_k(G)$ siempre que su diferencia simétrica sea una arista de G. En 2018 J. Leaños and A. L. Trujillo-Negrete demostraron que si G es t-conexa y $t \geq k$, entonces $F_k(G)$ es al menos $k(t-k+1)$-conexa. En esta plática veremos que esta cota inferior también es válida en el contexto de la arista-conexidad.

La huella estructural de los hipercubos aleatorios.

Laura C. Eslava Fernández, UNAM - IIMAS.

Investigación

Co-autor(es): Sarah Penington y Fiona Skerman.

Dentro del estudio de procesos aleatorios en gráficas, existe un fénomeno cualitativo al que se le conoce como *surgimiento de la componente gigante*. Este fenómeno ha sido ampliamente estudiado para casos generales de gráficas transitivas con un número *enorme* de vértices y el hipercubo de dimensión n es uno de ellos.

Esta charla muestra la búsqueda de los aspectos estructurales del hipercubo que dan lugar a párametros (cuantitativos) que caracterizan el surgimiento de la componente gigante en los hipercubos aleatorios. Reforzando heurísticas clásicas en el área de gráficas aleatorias, descubrimos que basta analizar la estructura local del hipercubo (vecindades a distancia tres) para predecir fénomenos aleatorios globales.

What is life, beyond physics?

Ricardo Strausz, UNAM - Instituto de Matemáticas / La Fundación.

Divulgación

Co-autor(es): David Kershenobich

Una pregunta difícil. . .

Seis años de colaboración en el coloquio.

Narda Cordero Michel, UNAM - Instituto de Matemáticas.

Reporte de tesis (investigación)

Co-autor(es): Bibiana Obregón Quintana.

En esta plática voy a hablar sobre mi tesis de la Licenciatura en Actuaría en la que estudié la red de colaboración del grupo de personas que han participado en alguna de las ponencias del Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones, en alguna de las ediciones entre 2013 y 2018. En la red (gráfica), cada colaborador en dichas ponencias es representado por un nodo (vértice) y dos personas son adyacentes si fueron colaboradores en alguna de las ponencias que se presentaron en los años antes mencionados. Les expondré algunas de las características que se pueden observar en la red y su interpretación en términos de la teoría de redes.

Dinámica simbólica en la música.
Ricardo Gómez Aíza, UNAM - Instituto de Matemáticas.

Divulgación

La relación de la música y las matemáticas siempre ha sido armónica y se enriquece a lo largo de su evolución. En dinámica simbólica se estudian espacios de configuraciones de símbolos que se clasifican y relacionan entre sí de acuerdo a diversos aspectos, en particular combinatorios. Líneas musicales rítmicas, melódicas y armónicas pueden asociarse naturalmente y de varias formas a los elementos de estos espacios. En consecuencia, diversos aspectos de la teoría matemática pueden traducirse al lenguaje musical a través de estos vínculos. En esta charla discutiremos algunos de estos modelos que estamos desarrollando.

Sobre el número de soluciones heterocromáticas a una ecuación lineal.
Mario Alejandro Huicochea Mason, CONACyT/UAZ

Investigación

Sean p un primo y escribamos $a_1, a_2, a_3, b \in \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$. Dada una partición de $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ en subconjuntos no vacíos $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z} = A_1 \cup A_2 \cup A_3$, decimos que $\{s_1, s_2, s_3\}$ es una solución heterocromática de $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3-b=0$ si es una solución de la ecuación que también satisface $A_i \cap \{s_1, s_2, s_3\} \neq \emptyset$ para cada $i \in \{1, 2, 3\}$; denotamos por R al conjunto de soluciones heterocromáticas de $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 - b = 0$. En esta charla, además de recordar los resultados clásicos en el área, platicaremos de dos resultados nuevos que dan cotas inferiores de $|R|$ en función de $\min\{|A_1|, |A_2|, |A_3|\}$.

Hipótesis geométrica de Banach

Luis Montejano, UNAM - IMATE

Investigación

Miércoles

Patrones inevitables con muchos colores.
Amanda Montejano Cantoral, UNAM - Campus Juriquilla.

Investigación

Co-autor(es): Matt Bowen, Adriana Hansberg y Alp Müyesser

La teoría extremal de gráficas estudia qué tan denso debe ser el conjunto de aristas en una gráfica para garantizar la existencia de cierta subgráfica en ella. La teoría de Ramsey, por su parte, estudia qué tan grande debe ser el orden de una gráfica para garantizar la existencia de cierta subgráfica o bien en ella o bien en su complemento. Lo anterior suele expresarse, más frecuentemente, en lenguaje de coloraciones. En tal contexto, trabajos recientes estudian la existencia de diversos patrones de color (no solo el monocromático) en toda 2-coloración del conjunto de aristas de una gráfica completa que sea suficientemente grande y que, además, tenga cada color suficientemente bien representado. Dichos patrones de color han sido llamados patrones inevitables. En esta charla hablaremos de patrones inevitables con más de dos colores.

Patrones inevitables, amoebas y otros bichos.
Adriana Hansberg, UNAM - Campus Juriquilla.

Investigación

Co-autor(es): Yair Caro y Amanda Montejano.

El teorema clásico de Ramsey nos dice que, en cualquier bicoloración de las aristas de la gráfica completa de orden n, podremos encontrar cierta gráfica G monocromática siempre que n sea suficientemente grande. En esta plática abordaremos cuestiones similares pero, en vez de patrones monocromáticos, buscaremos patrones con cierta proporción de aristas de cada color. Así, hablaremos sobre lo que son las gráficas balanceables y las omnitonales y daremos a conocer una familia de gráficas muy interesante, las amoebas.

Balancing graphs using bicolored edges.
Antoine Dailly, UNAM - Campus Juriquilla.

Investigación

Co-autor(es): Adriana Hansberg y Denae Ventura.

Given a graph G and a 2-coloring of the edges of K_n, a *balanced copy of* G is a copy of G with half the edges in each color class. A graph G is said to be *balanceable* if, for n large enough, there exists an integer k such that, for every 2-coloring of the edges of K_n with more than k edges in each color class, we can find a balanced copy of G. The smallest such integer k, if it exists, is called the *balancing number* of G, denoted by $bal(n, G)$.

We introduce a generalization of the balancing number: now, edges can belong to two color classes. Such edges are called *bicolored*, and if we select them in the copy of G, then we can assign them either color as needed. The definition of the balancing number does not change, and now every graph has a balancing number. We study the balancing number of the unbalanceable graph K_5, and prove that $bal(n, K_5) = \frac{1}{2}\binom{n}{2} + \theta(ex(n, \{C_3, C_4, C_5\}))$.

Balanceando ciclos.

Denae Ventura Arredondo, UNAM - Campus Juriquilla.

Investigación

Co-autor(es): Antoine Dailly y Adriana Hansberg.

Dada una gráfica G y una 2-coloración de las aristas de K_n, una copia balanceada de G es una copia de G con la mitad de las aristas azules y la otra mitad rojas. Una gráfica G es *balanceable* si para n suficientemente grande, existe un entero k tal que para toda 2-coloración de las aristas de K_n, con más de k aristas en cada clase cromática, podemos encontrar una copia balanceada de G. El entero k más chico que cumple esto se llama número de balanceo y se denota como $bal(n, G)$.

Existen gráficas balanceables y no balanceables. En esta plática, veremos que C_{4k} es balanceable y exploraremos algunas cotas para su número de balanceo. Por otro lado, C_{4k+2} no es balanceable. Sin embargo, veremos una extensión del número de balanceo donde permitimos que las clases cromáticas se traslapen y así tener aristas bicoloreadas. De esta manera, C_{4k+2} se puede balancear.

Resultados de coloraciones vs resultados de densidad.

Mario Guadiana Martínez., UNAM - Campus Juriquilla

Reporte de tesis (investigación)

Co-autor(es): Amanda Montejano Cantoral.

En esta charla presentaré mi trabajo de tesis que consistió en estudiar y comparar algunos resultados de coloraciones (en teoría de Ramsey) con sus respectivas versiones de densidad. Por ejemplo, hablaré del teorema de van der Waerden (en el caso particular de progresiones aritméticas de tres términos) en contraste con el teorema de Roth (que es el resultado de densidad correspondiente a progresiones aritméticas de tres términos). El teorema de Roth se probó originalmente con herramientas de análisis, sin embargo presentaré un bosquejo de la prueba combinatoria de este resultado propuesta por Szemeredi. Posteriormente, definiré el concepto de "base.[en] teoría aditiva de números para presentar un resultado de Schnirelman que es un teorema de densidad. Para concluir, nos preguntamos ¿cuál es el análogo al teorema de Schnirelman en versión coloraciones?

Matrices binarias sin cuadrados de suma-cero.
Alma Rosario Arévalo Loyola, UNAM - IIMAS.

Investigación

Co-autor(es): Amanda Montejano y Edgardo Roldán-Pensado.

Dada una matriz M, llamamos un 2-*cuadrado* a las cuatro esquinas de una submatriz cuadrada de M. Una *matriz de Erickson* es una matriz binaria que no contiene 2-cuadrados constantes (monocromáticos). Este nombre se debe a que M. J. Erickson planteó, en su libro *Introduction to Combinatorics* (1996), el problema de qué tan grande puede ser una matriz de $n \times n$ con dichas características. En mi tesis de licenciatura (2018), mostramos el planteamiento, historia y solución del mencionado problema, que concluye con que no hay matrices de Erickson a partir de $n = 15$ (Bacher y Eliahou, 2010), a su vez planteamos la variante balanceada, en la que nos preguntamos: ¿qué tan grande puede ser una matriz libre de 2-cuadrados balanceados (suma-cero)? En esta charla contestaremos dicha pregunta.

Propiedades de los complejos simpliciales asociados a conjuntos k-estables de una gráfica.
Johana Luviano Flores, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco.

Investigación

Co-autor(es): Enrique Reyes Espinoza.

En esta charla, daremos algunos criterios para que el complejo de conjuntos k-estables de una gráfica; sea un complejo puro o un complejo matroide. También daremos algunos resultados para que una gráfica sea *muy bien k-cubierta*, en particular estudiaremos el caso $k = 3$.

Polimatroides e invariantes algebraicos en gráficas.
Criel Merino López, UNAM - Instituto de Matemáticas.

Investigación

Co-autor(es): Laura Chávez-Lomelí, Guadalupe Rodríguez Sánchez y Geoff Whittle.

El enumerado de conjuntos de vértices independientes $I(G; x)$ y el polinomio de Tutte $T(G; x, y)$

son dos invariantes algebráicos en la Teoría de Gráficas que han sido muy estudiados, pero no parecerían estar relacionados. Recientemente Zhang and Dong probaron que tanto $I(G;x)$ como $T(G;1-t^2,(1-t)/t)$ pueden verse como el polinomio de coloraciones débiles de dos tipos de hipergráficas relacionadas a G.

En esta plática mostraremos que los dos resultados anteriores tienen como transfondo la teoría de polimatroides. Después de motivar la definición de polimatroide, daremos el resultado fundamental debido a Helgason (e independientemente a Whittle) que enlaza el invariante que enumera las coloraciones débiles de una hipergráfica con un invariante en los polimatroides. Finalmente, propondremos una generalización de este último invariante a una versión del polinomio de Tutte para polimatroides.

Jueves

An overview of pattern avoiding permutations. Something old, something new
Miklós Bóna, University of Florida

Research

We say that a permutation p contains the shorter permutation q as a pattern if p contains $|q|$ entries, not necessarily in consecutive positions, whose pairwise relations to each other are the same as those of the entries of q. For instance, $p = 3576241$ contains $q = 231$, since the first, third and fifth entries of p relate to each other as the entries of q, namely the leftmost entry is the second smallest, the middle one is the largest, and the rightmost entry is the smallest.

In the first part of this talk, we will review the early results of this fascinating and rapidly growing topic, including the celebrated Marcus-Tardos theorem from 2003. That theorem shows that for any given pattern q, the number $Av_n(q)$ of permutations of length n that avoid q is simply exponential, that is, there exists a constant c_q so that $Av_n(q) \leq c_q^n$.

In the second part, we discuss some more recent developments, such as a sequence of results on the extremely tenacious pattern 1324, a result on non-rationality, a surprising connection to stack-sortable permutations, and the disproof of numerous long-standing conjectures. Many open problems will also be discussed.

Poliedros Quirales en $\mathbb{R}^4$.
Javier Bracho, UNAM - Instituto de Matemáticas

Investigación

Co-autor(es): Isabel Hubard y Daniel Pellicer.

Se presentarán nuevos poliedros quirales en el espacio de dimensión 4, con muchos dibujitos.

Politópos métricos.
Gyivan Erick López Campos, UNAM - Campus Juriquilla.

Investigación

Co-autor(es): Déborah Oliveros Braniff.

Los politopos métricos son objetos dotados con muchas propiedades que han servido como base para resolver diversos problemas relacionados con geometría combinatoria y discreta. Por ejemplo, para crear cuerpos de ancho contante, soluciones al problema de Vázsonyi e incluso podemos determinar números cromáticos de gráficas caracterizadas a través de ellos.

En esta charla se mostrarán soluciones a problemas por medio de algunos ejemplos concretos de politopos métricos.

Poliedros autoduales fuertemente involutivos
Eric Pauli Pérez Contreras, UNAM - Instituto de Matemáticas / Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck Département de Mathématiques, Université de Montpellier

Reporte de tesis (investigación)

Co-autor(es): Javier Bracho; Luis Montejano; Jorge Ramírez Alfonsín

Un poliedro autodual fuertemente involutivo es una gráfica simple, plana y 3 conexa que admite un isomorfismo de dualidad que geométricamente se comporta como la función antípoda (cuando se ve como isometría de la esfera). Platicaremos de éstos poliedros y de cómo tienen relevancia en varios problemas de la geometría discreta incluyendo el problema de Vázsonyi.

Los ciclos peludos son antimágicos.
Joaquín Tey, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.

Investigación

Co-autor(es): Antoni Lozano, Mercé Mora y Carlos Seara

Un *etiquetamiento antimágico* de una gráfica G es una biyección $f : E(G) \to \{1, 2, \ldots, |E(G)|\}$ tal que la función $s : V(G) \to \mathbb{N}$ definida como $s(v) = \sum_{w \in N(v)} f(vw)$, es inyectiva. Una gráfica es *antimágica* si tiene un etiquetamiento antimágico. Un *ciclo peludo* es una gráfica tal que al eliminar sus vértices de grado uno, resulta un ciclo.

En 1989, Hartsfield y Ringel conjeturaron que toda gráfica simple y conexa distinta de K_2 es antimágica. Actualmente esta conjetura sigue abierta. En esta plática mostraremos que las ciclos peludos son antimágicos.

Complejidad computacional de buscar árboles generadores con una sucesión de grados específica.
Maria Elena Martínez Cuero, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.

Reporte de tesis (investigación)

Co-autor(es): Eduardo Rivera Campo.

Sea n un entero positivo. Una *sucesión arbórea* es una sucesión de enteros positivos $d_1, d_2, \ldots, d_n$ tal que $\sum_{j=1}^{n} d_j = 2(n-1)$. Una sucesión $\sigma = d_1, d_2 \ldots, d_n$ es arbórea si y solo si hay un árbol cuyos vértices tienen grados $d_1, d_2 \ldots, d_n$.

Sea $\sigma = d_1, d_2 \ldots, d_n$ una sucesión de grados arbórea con $d_1 \leq d_2 \leq \cdots \leq d_n$ y sea G una gráfica etiquetada con $V(G) = \{w_1, w_2, \ldots, w_n\}$. En esta ocasión mostraremos que el problema de decisión de determinar si G tiene un árbol generador T tal que $d_T(w_i) = d_i$, con $1 \leq i \leq n$, es un problema NP-completo.

Una descripción combinatoria de sistemas distribuidos síncronos.
Luis Alberto Gómez Telésforo, UNAM - Instituto de Matemáticas.

.

Co-autor(es): Sergio Rajsbaum Gorodezky

Divulgación

El análisis realizado desde la topología combinatoria ha permitido responder preguntas acerca de la existencia de soluciones a problemas en sistemas distribuidos. Los sistemas distribuidos son conjuntos de agentes computacionales que se comunican y, de manera cooperativa, buscan resolver alguna tarea específica. Desde la topología combinatoria se describen los sistemas distribuidos como uniones de pseudoesferas. Estas pseudoesferas son complejos simpliciales que capturan todos los posibles estados del sistema en un momento dado. A pesar de que los sistemas distribuidos son ampliamente utilizados hoy en día (por ejemplo, el sistema bancario, bases de datos, WEB, sincronización de relojes). El análisis se ha centrado principalmente en sistemas en los que la gráfica de comunicaciones del sistema es completa. Sin embargo, en los últimos años se ha comenzado a estudiar sistemas cuya gráfica de comunicación no es necesariamente completa. En esta charla presentaré la descripción de complejos simpliciales de algunos sistemas distribuidos cuya gráfica de comunicación es completa y explicaré cómo es posible extender esta descripción al caso de gráficas de comunicación arbitrarias.

Un modelo matemático para el cálculo de la distancia de inversión cromosómica.
María Guadalupe Rodríguez Sánchez, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco.
Investigación

Co-autor(es): Lidia Angélica García García.

Diferentes especies comparten distintos porcentajes de información genética dependiendo de su proximidad evolutiva. Estos datos genéticos se pueden modificar de una generación a otra debido a mutaciones. Una de tales mutaciones es la inversión, la cual produce una rotación de 180 grados en un segmento del cromosoma. Dados dos cromosomas sobre el mismo número de genes, el problema de la distancia de inversión consiste en determinar la secuencia más corta de inversiones que convierte a un cromosoma en el otro. Las investigaciones sobre el problema de la distancia de inversión han permitido construir un modelo matemático cuyos elementos principales son las permutaciones y varias estructuras combinatorias como las multigráficas 4-regulares, las gráficas circulares y los sistemas de isotropía, éstos últimos fuertemente relacionadas con la teoría de delta-matroides. La aplicación de este modelo permite calcular la distancia de inversión.

Aplicaciones de los conjuntos starters*: 1-factorizaciones de la gráfica completa y problemas relacionados.*
Adrián Vázquez Ávila, Universidad Aeronáutica en Querétaro
Divulgación

En esta plática expondré algunos problemas relacionados con la 1-factorización de la gráfica completa, y me enfocaré en aquellas 1- factorizaciones que se obtienen a partir de conjuntos *starters*.

Planificación y optimización de rutas con restricciones
Rocío Salinas Guerra, Universidad Veracruzana
Reporte de tesis (investigación)

Co-autor(es): Porfirio Toledo Hernández

Actualmente, los sistemas de posicionamiento son herramientas útiles cuando se requiere trazar una ruta de un punto a otro en cierto espacio y no se sabe la ubicación exacta, así como las trayectorias a seguir. Además, si se tienen restricciones en el espacio de búsqueda el problema se hace más complejo.

Se considera el problema de llegar de un punto A a un punto B, en un espacio con obstáculos, restringido a una trayectoria dada por una función. Esta problemática se presenta en diversos casos, por ejemplo en la planificación de rutas para robots en un espacio continuo (en la practica discretizado) con obstáculos. En este trabajo se utilizó la teoría de gráficas para modelar dicho problema, en donde la región del espacio navegable con obstáculos corresponde a un gráfica no dirigida.

En el trabajo se presentan simulaciones numéricas, en las cuales se modela el espacio como una malla incompleta con obstáculos, en donde se asignan coordenadas en $\mathbb{R}^2$ a cada vértice y las aristas se dotan con pesos. Luego se propone una función heurística consistente en la que se consideran las restricciones del problema. Finalmente, la restricción es dada por un polinomio.

Los resultados obtenidos garantizarán la aplicabilidad de nuestra propuesta para la aplicación en planificación de rutas de robots.

Problemas abiertos alrededor del teorema de Folkman.
Tonatiuh Matos Wiederhold, UNAM - Facultad de Ciencias.

Divulgación

Co-autor(es): Amanda Montejano Cantoral.

En esta charla presentaremos y hablaremos de la historia del teorema de Folkman, visto como una de las varias posibles generalizaciones al teorema de Schur. Se discutirán tanto problemas abiertos como resultados que, incluso en otras áreas de las matemáticas, son más fuertes que el teorema en cuestión. En particular, se hablará del problema de existencia de una versión no conmutativa del teorema de Folkman. Éste es un trabajo conjunto con Amanda Montejano.

Pushouts homotópicos en el estudio del complejo de independecia.
Andrés Carnero Bravo, UNAM - Instituto de Matemáticas.

Investigación

Dada una gráfica simple G, se le puede asociar un complejo simplicial $I(G)$, el complejo de independencia, donde los simplejos son los conjuntos de vértices sin aristas entre ellos. En esta plática hablaremos de algunas de sus propiedades así como del uso de Pushouts Homotópicos para determinar el tipo de homotopía de este complejo para algunas familias de gráficas.

Viernes

Coloreando jaulitas
Mika Olsen, Universidad Autónoma de Metropolitana-Cuajimalpa

Investigación

Co-autor(es): Camino Balbuena, Julián Fresán y Diego González

Coloraciones en gráficas es uno de los tópicos mas estudiados tanto por interés teórico como por la cantidad de aplicaciones que tienen y se estudian tanto coloraciones de vértices, coloraciones de aristas como coloraciones de vértices y artistas. Una coloración de los vértices de una gráfica induce una partición del conjunto de vértices en clases cromáticas. Una coloración es **propia** si cada clase cromática forma un conjunto independiente. El *número cromático* de una gráfica G es el mínimo número de colores de una coloración propia de G. El concepto de coloración propia se puede generalizar a otro tipo de coloraciones sólo cambiando las condiciones sobre las clases cromáticas. Estas generalizaciones a veces han sido impulsados por interés teórico y a veces por alguna aplicación particular, o ambos. En esta plática voy a dar una breve introducción al número cromático, sus aplicaciones y algunas de sus generalizaciones. Voy a revisar dos coloraciones que surgen de problemas que actualmente tiene mucha interés.

El número cromático de empaquetamiento tiene aplicaciones en la asignación de radio frecuencias. Una coloración de los vértices de una gráfica es de *empaquetamiento* si los colores son números naturales y dos vértices del color i están a distancia mayor que i. El *número cromático de empaquetamiento* es el mínimo número de colores de una coloración de empaquetamiento.

Una coloración de las aristas de una gráfica es *arcoíris* si entre cualquier para de vértices hay una trayectoria arcoíris, es decir, una trayectoria cuyas aristas no repiten color. La *conexidad arcoíris* se define como el mínimo número de colores de una coloración arcoíris y tiene aplicaciones en el área de seguridad cibernética.

Finalmente, voy a presentar resultados para la conexidad arcoíris [**?**] y para el número cromático de empaquetamiento [**?**] de una (k, g)-jaulita. Una (k, g)-jaulita es una gráfica k-regular, con cuello g cuyo orden alcanza la cota de Moore. Las jaulitas tienen propiedades estructurales heredadas de geometrías finitas que resultan muy útiles.

La gráfica de árboles biplanos.

Julián Alberto Fresán Figueroa, Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa.

Investigación

Co-autor(es): Ana Paulina Figueroa Gutiérrez.

Toda gráfica suficientemente grande tiene una subgráfica completa convexa o una subgráfica geométrica torcida. Los árboles biplanos son aquellos árboles etiquetados que son planos al encajarse tanto en una completa convexa como en una completa torcida. En esta platica presentaré algunos resultados sobre la estructura de la gráfica de árboles biplanos.

Ciclos dirigidos vs ciclos arcoíris

Diego Antonio González Moreno, Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa

Investigación

Co-autor(es): Juan José Montellano-Ballesteros y Mucuy-kak Guevara.

Existen problemas en digráficas que tienen que ver con la existencia de ciclos dirigidos. Por ejemplo la conjetura de Caccetta-H¨aggkvist, que establece que toda digráfica D de orden n con $\delta^+(D) \geq k$ tiene un ciclo de longitud a lo más $\lfloor n/k \rfloor$. En esta plática vamos a ver cómo se pueden transformar problemas de este tipo a problemas que tienen que ver con la existencia de ciclos arcoíris en una gráfica con las aristas coloreadas.

Número dicromático vs. número diacromático
Alejandra Silva Ramírez, Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa
Reporte de tesis (investigación)

Co-autor(es): Mika Olsen; Christian Rubio Montiel

El número dicromático $dc(D)$ y el número diacromático $dac(D)$ son el máximo y el mínimo número de colores que se necesitan para obtener una coloración acíclica y completa. En esta platica presentaremos familias de digráficas que cumplen que para cada par de número enteros r, t con $r \leq t$, existe una digráfica con $dc(D) = r$ y $dac(D) = t$. La técnica que utilizamos consiste en pegarle una trayectoria a una digŕfica D, obteniendo una familia de digráficas con flechas simétricas $K^*_{n,k}$ que cumple la condición anterior y una familia de digráficas asimétricas $D_n(v_0)$ para parejas r, t, tales que existe una digráfica con $dc(D_n(v_0)) = r$ y $dac(D_n(v_0)) = t$.

Cortes restringidos heterocromáticos.
Juan José Montellano Ballesteros, UNAM - Instituto de Matemáticas.
Investigación

Co-autor(es): Diego González Moreno y Mukuy-kak Guevara.

Dada una gráfica G y una coloración C de las aristas de G, decimos que una subgráfica de G es heterocromática si todas sus aristas recibieron distinto color. Un corte por aristas restringido de una gráfica G es un corte por aristas de G tal que cada componente conexa resultante de borrar el corte tiene al menos orden 2. En esta plática hablaremos sobre condiciones en las coloraciones que aseguran la existencia de cortes por aristas restringidos que sean heterocromáticos.

El pequeño lema que quería ser teorema
Caleb Aguilar Camargo, UNAM - Facultad de Ciencias

Divulgación

Sólo pocos resultados en matemáticas tienen la característica de ser increíblemente fáciles de enunciar, de probar, de aprender como si de un juego se tratase, y por si fuera poco con implicaciones muy poderosas. Tal es el caso del Lema de Sperner que desmenuzaré para todas las edades.

Coloraciones acromáticas en circulantes.

Christian Rubio Montiel, UNAM - FES Acatlán

Investigación

Co-autor(es): Gabriela Araujo; Juan José Montellano; Mika Olsen

Colorear los vértices de una gráficas de tal forma que vértices de un mismo color inducen una subgráfica vacía se conoce como coloración propia. El mínimo de colores usados en una coloración propia es el parámetro conocido como número cromático. Una gráfica coloreada de manera propia usando este mínimo de colores resulta en una coloración donde cada par de clases de color comparten al menos una arista; si una coloración cumple esta segunda condición se llama completa. El máximo sobre las coloraciones propias y completas de una gráfica se llama número acromático. En el caso de colorear aristas en lugar de vértices, el parámetro se llama índice acromático. En esta charla exploramos el número acromático y el índice acromático en las gráficas circulantes.

Pósteres

γ-transitividad en gráficas
Reyna Edith Alcocer Amaro, Universidad Autónoma de Guerrero

Póster

Co-autor(es): Jesús Romero Valencia

En este trabajo presentamos algunos resultados básicos acerca de gráficas γ-transitivas. Lo que hacemos es considerar la acción del grupo de automorfismos sobre conjuntos dominantes y definir el concepto de gráfica γ-transitiva. Nos enfocamos particularmente en la familia de las gráficas k-regulares y decidimos bajo qué condiciones satisfacen dicha propiedad.

Generalización del teorema de Borsuk-Ulam para variedades triangulables
Juan Salvador Alvarado Calderón, UNAM - Centro de Ciencias Matemáticas

Póster

Co-autor(es): Edgardo Roldán-Pensado

En este trabajo inspeccionaremos un poco más a detalle el teorema de Borsuk-Ulam y daremos una generalización para variedades triangulables. Se utilizarán herramientas básicas de distintas áreas de matemáticas; todas ellas deberían ser familiares para un estudiante de licenciatura en sus últimos semestres de estudio, por lo cuál puede ser comprendido por una gran cantidad de estudiantes.

Se tiene como objetivo reconocer los elementos abstractos que se presentan en una prueba especifica del teorema de Borsuk-Ulam, y revisar hasta dónde pueden ser extendidos; específicamente respondemos a la preguntas ¿El teorema puede únicamente ser usado para Esferas? y ¿La función debe ser antipodal? Mostrando ejemplos de hasta dónde es posible usar el teorema en situaciones donde Borsuk-Ulam no puede ser utilizado.

Haciendo uso del concepto de variedades triangulables podemos tener acceso a herramientas de distinta áreas, dado que las triangulaciones son en realidad complejos simpliciales; los cuales, a su vez, pueden ser vistos como espacios topológicos, o como objetos combinatorios abstractos.

Determinación de cotas en problemas de Teoría de Transversales Geométricas
Judith Casas Domínguez, Universidad Autónoma de Chihuahua - Facultad de Ingenierías
Póster

Co-autor(es): Edgardo Roldán Pensado

En este trabajo se abordan dos problemas muy conocidos en el área de geometría discreta, actualmente existen conjeturas sobre las cotas superiores. El objetivo es establecer una cota superior para estos problemas haciendo uso de algoritmos de optimización computacional.

Optimización de k-medias con recocido simulado.
Iván Omar Cruz Ruiz, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa
Póster

Co-autor(es): Pedro Lara Velázquez, Miguel Ángel Gutiérrez Andrade, Sergio G. de Los Cobos Silva, Eric A. Rincón-García y Román A. Mora-Gutiérrez

Un algoritmo k-medias no siempre encuentra los centroides óptimos al clasificar un conjunto de datos. El algoritmo propuesto fue probado en las instancias más conocidas y en cada ocasión encontró la mejor solución conocida.

Diagramas de Voronoi al servicio de la Alcaldía Cuajimalpa de Morelos
Kathia Stephanie Esquivel Delgado, Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa
Póster

Co-autor(es): Julián Alberto Fresán Figueroa

Las necesidades de una población van cambiando de acuerdo a su nivel de crecimiento, es por eso que encontramos alarmante que la última publicación de los proyectos urbanos de la Alcaldía Cuajimalpa de Morelos sea del año 1997. Entre estos proyectos se encuentran los módulos de seguridad, siendo la seguridad una de las necesidades más grandes para la población. Por ello, decidimos analizar la distribución de estos módulos dentro de la Alcaldía desde dos perspectivas: distribución territorial y distribución poblacional.

En este estudio nos apoyaremos principalmente de la estructura de los Diagramas de Voronoi, donde las celdas de Voronoi serán las que definen los módulos de seguridad según su ubicación; y haremos anamórfico el mapa de la Alcaldía por colonia, tomando como parámetro la población para hacer una reflexión, comparación y análisis sobre la distribución actual de dichos módulos.

Gráficas omnipresentes
Ileana Arelí González Escalante, UNAM - Campus Juriquilla

Póster

Co-autor(es): Adriana Hansberg

Ahora, el tema del póster es hablar sobre gráficas balanceables. Con base en eso, una **copia balanceada** de una gráfica G se obtiene si al colorear una gráfica completa de n vértices con dos colores entonces G será subgráfica de K_n y además, G tendrá exactamente la mitad de sus aristas de alguno de los dos colores.

Al mínimo número de aristas, si es que existe, que se necesitan de cada color en K_n para que se cumpla lo anterior, se le llama **número de balanceo** y se denota como $bal(n, G)$. Por lo anterior, el número de balanceo puede ser a lo más la mitad de las aristas de K_n, es decir $bal(n, G) \leq \frac{1}{2}\binom{n}{2}$.

Así, el número de balanceo en primera instancia está acotado con una función cuadrática en n y generalmente depende tanto de la cantidad de aristas de G como de n. En este póster se hará una compilación de resultados de otras investigaciones sobre las gráficas balanceables. Además, se mostrará que existen gráficas balanceables con número de balanceo constante en n, es decir que sólo depende de la cantidad de aristas de G y se mostrará la estructura de esta familia.

El número geodésico en las gráficas de líneas.
Manuel Gutiérrez Espinoza, UNAM - Facultad de Ciencias

Póster

La Teoría de Gráficas se ha convertido en una de las ramas de la matemática de mayor utilidad en la actualidad, ya que se pueden encontrar aplicaciones en la química, medicina, finanzas, optimización, sistemas neuronales, e inteligencia artificial, entre otras. En este trabajo nos dedicamos a estudiar el concepto de número geodésico en las gráficas de líneas, que encuentra una aplicación en procesos de optimización.

Comenzaremos definiendo los conceptos de gráfica, gráfica de líneas y demostrando los resultados que serán de utilidad para el desarrollo del trabajo.$+$

Una gráfica es una pareja ordenada de conjuntos en donde la primera coordenada es un conjunto no vacío llamado el conjunto de vértices de G, lo denotamos por $V(G)$. La segunda coordenada es el conjunto de aristas denotado por $A(G)$. $A(G)$ es un conjunto de parejas no ordenadas de $V(G)$.

Se define y se denota a la gráfica de líneas de G por $L(G)$, en donde $V(L(G)) = A(G)$ y dados $a, b \in V(L(G))$, $ab \in A(L(G))$ si y sólo si a es adyacente a b en G.

El número geodésico de una gráfica es un concepto introducido por Chartrand, Harary y Zhang en 2002 [1]. Para hablar del número geodésico, es necesario definir distancia entre vértices. Para dos vértices u y v de una gráfica G, se define la distancia entre u y v como la longitud de una trayectoria de longitud mínima y se denota por $d(u, v)$. Decimos que esta trayectoria de longitud mínima es una $uv - geodésica$.

Un intervalo $I[u, v]$ es un conjunto que tiene a todos los vértices que están en una $uv - geodésica$. En general, para S un subconjunto de vértices no vació, definimos la clausura de S como $I[S] = \cup_{x,y \in S} I[x, y]$, cuando $I[S] = V(G)$ decimos que S es un conjunto geodésico. El número geodésico de una gráfica G, denotado por $g(G)$, es la cardinalidad de un conjunto geodésico mínimo.

En esta tesis demostramos los resultados mencionados en el artículo [**?**]. Donde se da una caracterización del número geodésico de las gráficas de líneas de varios tipos de gráficas. Cabe mencionar, que encontramos dos resultados incorrectos en [2], lo cual sustentamos con contrajemplos. Otro de los resultados en [2], tiene una ecuación inconsistente, por lo que se reestructuro el teorema.

Referencias

[1] G. Chartrand, F. Harary y P.Zhang, *On the geodetic number of a graph*. Networks. 39 (2002), 1–6.

[2] Venkanagouda M.Goudar, K.S.Ashalatha, Venkatesha y M.H.Muddebihal, *On the geodetic number of line graph*, Int.J.Contemp.Math.Sciences, Vol.7, No.46 (2012), 2289–2295.

Distancias generalizadas en el problema de coloración de gráficas suaves.

Carlos Alberto Hernández Nava, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Póster

Co-autor(es): Pedro Lara Velázquez y Hérica Sánchez Larios.

Las distancias euclidiana y euclidiana cuadrática son las más utilizadas en sistemas clasificadores, pero no necesariamente son las que dan mejores resultados. En este trabajo se clasifican las instancias más comunes utilizando la distancia Minkowski de orden superior con valores enteros y reales, así como una combinación lineal de ambos.

H-Coloraciones

Lesli Vanessa Hernández Sayago, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Póster

¿En que consisten las H-coloraciones? . Algunas aplicaciones de H-coloraciones y Gráficas H2-Coloreadas

---

Ciclos arcoíris y la conjetura Bermond-Thomassen

Mariel Adriana Jácome Balderas, Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa

Póster

Co-autor(es): Diego González Moreno; Mucuy-kak Guévara; Ileana Arelí González Escalante; Caleb Aguilar Camargo

A comienzos del año 2019 el matemático Ron Aharoni publicó un artículo en el cual presenta una generalización de la famosa conjetura de Caccetta-Häqqkvist, convirtiendo así un problema de digráficas en un problema de coloraciones Anti-Ramsey en gráficas. Por otra parte, en 1981, Bermond y Thomassen publicaron una conjetura que relaciona el ex-grado mínimo de una digráfica con su estructura cíclica.

Conjetura (Bermond-Thomassen). Sea D una digráfica de orden n. Si $d^{+}(v) \geq 2r - 1$ para todo $v \in V(D)$. Entonces D contiene al menos r ciclos disjuntos en vértices.

Utilizando las ideas expuestas por Aharoni nosotros proponemos la siguiente generalización de la Conjetura de Bermond-Thomassen.

Sea G una gráfica de orden n sin aristas múltiples. Si Γ es una n-coloración por aristas de G, donde $|\Gamma - 1(i)| \geq 2r^{\smile}1$, para todo $i \in \{1, ..., n\}$. Entonces G contiene al menos r ciclos arcoíris disjuntos en vértices.

Obsérvese que cuando $r = 1$ tenemos una gráfica G de orden n con al menos n aristas de color distinto. Utilizando resultados básicos de teoría de las gráficas es fácil ver que G contiene un triángulo arcoíris.

En este póster presentaremos algunos resultados relacionados que se han obtenido con respecto a la conjetura propuesta.

Acomodando Fichas

Itzel Anahí Marcial Campos, Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa

Póster

Co-autor(es): Julián Alberto Fresán Figueroa; Mika Olsen

Uno de los algoritmos de ordenamiento más conocidos es el 'Bubble Sort', el cual considera los elementos de una lista en desorden y de acuerdo con ciertos criterios de orden, el algoritmo se ejecuta para darle un orden a los elementos.

Esto lo podemos modelar con una gráfica, una trayectoria de n vértices, que representan los n lugares en la lista y n fichas encima de esos vértices, que representan los n elementos a ordenar. Es fácil ver qué cualquier movimiento permitido en el Bubble Sort corresponde a un intercambio de fichas entre vértices adyacentes.

Este modelo nos permite analizar en qué casos el algoritmo tardará más en realizar el ordenamiento. Además este planteamiento nos permite considerar el mismo problema pero con otros tipos de gráficas.

En este trabajo analizamos el caso en que la gráfica es una trayectoria, que corresponde al Bubble Sorrt y en el que la gráfica corresponde a una estrella. Particularmente presentamos el análisis completo para la trayectoria y la estrella de 4 vértices, mismo que se generaliza a cualquier número de vértices.

Comparativo entre técnicas de corte mínimo y redes neuronales al problema de síntesis de textura.
Ana Ofelia Negrete Fernández, UNAM - Facultad de Ciencias.

Póster

La síntesis de textura es un problema recurrente en el campo de la visión por computadora y gráficos. Consiste en que, a partir de la pequeña muestra de alguna textura, hay que generar otra textura más larga, similar a la inicial. En mi tesis, describiré primero un método para hacer síntesis de textura a partir de técnicas de corte mínimo, y posteriormente plantearé ese mismo problema usando otro método, con redes neuronales convolucionales. Haré una comparación entre las técnicas.

Ramsey y grafos
Ahida Ortiz Santos, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Póster

Se presentarán algunas aplicaciones del teorema de Ramsey.

Potencia de una gráfica
Maira Alejandra Palacios Arce, Universidad Autónoma de Guerrero - Escuela de Matemáticas

Póster

Co-autor(es): Jesús Romero Valencia

En este trabajo presentamos algunos resultados básicos, sobre la potencia de una gráfica en algunas familias particularmente en los caminos y los ciclos. Esto resultados se centran en propiedades tales como: grado mínimo, grado máximo, diámetro, excentricidad, numero clique. Además de caracterizar los automorfismos en algunas familias.

Conjunto dominante total outer k-independiente en gráficas
Ernesto Parra Inza, Universidad Autónoma de Guerrero - Facultad de Matemáticas

Póster

Co-autor(es): Abel Cabrera Martínez; Juan Carlos Hernández Gómez; José María Sigarreta Almira

Un conjunto de vértices S de un gráfica $G(V,E)$ es un conjunto dominante total si cada vértice de G es adyacente al menos a un vértice en S. Decimos que un conjunto dominante total S es un conjunto dominante total *outer* k-independiente de G si el grado máximo del subgrafo inducido por los vértices que no están en S es menor o igual a $k-1$. La cardinalidad mínima entre todos los conjuntos dominantes totales *outer* k-independientes de G es el número de dominación total *outer* k-independiente de G. En este trabajo se introduce dicho parámetro y se comienza el estudio de sus propiedades combinatorias y computacionales. Se demuestra que el cálculo del número de dominación total *outer* k-independientes de G es un problema NP-*hard* y se propone un algoritmo computacional para encontrar una aproximación del mismo. Además se brinda un Modelo de Programación Lineal Entera que encuentra un conjunto dominante total *outer* k-independiente mínimo de G.

Dominación y 2-Dominación de producto cartesiano de gráficas

Ana Lucero Pérez Bedolla, Universidad Autónoma Metropolitana-Cuajimalpa

Póster

Co-autor(es): José Luis Cosme Álvarez; Kathia Stephanie Esquivel Delgado

Supongamos que abastecer un producto en el mercado en una red de tiendas (gráfica), pero solo podemos entregar a pocas sucursales de ellas (vértices dominantes) y estas a su vez, solo pueden reabastecer a otras sucursales con las que tienen comunicación (vértices dominados). Este es el famoso problema de dominación en gráficas, que consiste en hallar el conjunto dominante (de vértices) de cardinalidad mínima Y. Entre todos los problemas que ha originado este tema, en 1968, V. G. Vizing conjeturó que el producto cartesianos de cualquier par de gráficas G, H, satisfacen la relación

$$Y(G\square H) \geq Y(G)Y(H)$$

Esta conjetura ha originado una enorme cantidad de teoría a su alrededor y se ha demostrado que algunas familias de gráficas la cumplen, pero aún es un problema abierto. El objetivo de este trabajo es el de estudiar un problema asociado, como es el caso de la 2-dominación (dominación a distancia dos) Y_2, es decir, sabemos que $Y(G)Y(H) \geq Y_2(G\square H)$ y que $Y(G\square H) \geq Y_2(G\square H)$, pero deseamos saber qué clase de gráficas cumplen la igualdad de la primera. Para ello, estudiamos el comportamiento del número de dominación y 2-dominación de trayectorias, para después compararlo con el de producto cartesiano. Como resultado, se logró caracterizar las gráficas que satisfacen la igualdad y por lo tanto, satisfacen la conjetura de Vizing.

Algunos números heterocromáticos en matroides.

María Fernanda Rivera Omaña, UNAM-Facultad de Ciencias.

Reporte de tesina/monografía

Co-autor(es): Juan José Montellano Ballesteros.

Dada una hipergráfica y una coloración de los vértices de la hipergráfica, una hiperarista es heterocromática si sus vértices tienen colores distintos. El número heterocromático de una hipergráfica H es el mínimo natural r, tal que en toda coloración de los vértices de H con r colores, existe una hiperarista heterocromática.

En esta plática veremos algunos resultados respecto al número heterocromático de una hipergráfica definida a partir de las bases y circuitos de un matroide y de los árboles generadores planos de una gráfica completa geométrica con vértices en posición convexa.

Gráficas ralas k-conexas
Víctor Sánchez Flores, UNAM-IIMAS

Póster

Un viaje hamiltoniano a través de las teselaciones regulares del plano hiperbólico.
Claudia Silva Ruiz, UNAM - Facultad de Ciencias

Póster

Co-autor(es): Christian Rubio Montiel

Este trabajo trata de determinar si cierta familia de gráficas infinitas, que son asociadas a mapas de teselaciones regulares del plano hiperbólico, son hamiltonianas o no. En una gráfica finita, el concepto de ciclo hamiltoniano se define como un ciclo que contiene a todos los vértices. Extender el concepto a gráficas infinitas no es sencillo, y de hecho hay varias maneras de hacerlo. Aquí abordamos la extensión dada por André Kündgen, Binlong Li y Carsten Thomassen en 2017, llamándole curva hamiltoniana.

El trabajo consiste de tres partes principales: la primera trata de describir todas las nociones necesarias para poder abordar el problema, donde los temas son teoría de gráficas, geometría y topología; así como un contexto del desarrollo histórico de dichas áreas de las matemáticas. La segunda parte tratará de los resultados previos que usamos como principal herramienta en este trabajo. Por último, se dan los resultados obtenidos, así como la demostración de los mismos.

Un modelo de programación entero mixto para una generalización realista de un TSP.
Luis Eduardo Urbán Rivero, CIMAT

Póster

Co-autor(es): Jonás Velasco Álvarez

En el presente trabajo se estudia un problema de optimización combinatoria que surge en el contexto de las actividades logísticas de diversas empresas de servicios. En el problema de interés, se cuenta con un agente encargado de prestar algún servicio, y este debe atender a un conjunto de clientes dentro de un horario laboral determinado. Un día laboral se divide en dos turnos, uno matutino y uno vespertino. Entre ambos turnos, existe un tiempo determinado para el descanso del agente. El agente sale de un depósito dado, el cual son las oficinas centrales, y regresa al mismo, después de su jornada de trabajo. Finalmente, para la atención de cada cliente, se cuenta con tiempos de servicio, los cuales pueden ser homogéneos o heterogéneos.

El problema consiste en encontrar la asignación de clientes, y la secuencia en la que deben ser atendidos, de tal manera que el número de clientes a atender por día laboral, se maximice. En este trabajo se presentará un modelo de programación entero mixto y una heurística de solución por etapas para resolver diversos casos de estudio.