

# XXIV Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones

Universidad de Sonora

2 a 6 de marzo de 2009

## Lunes 2 de marzo de 2009

**Nombre:** Marc Noy

**Institución:** Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona

**Correo:** marc.noy@upc.edu

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Grafos aleatorios en superficies

**Resumen:** Sea  $S_g$  la superficie orientable de género  $g$  y sea  $A_g(n)$  el número de grafos etiquetados con  $n$  vértices que admiten una inmersión en  $S_g$ . El principal objetivo de esta charla es anunciar el siguiente resultado reciente [4].

**Teorema 1** *Para  $g \neq 1$  se tiene*

$$A_g(n) \sim c_g n^{5(g-1)/2-1} \gamma^n n!, \quad n \rightarrow \infty.$$

donde  $c_g$  es una constante que depende del género y  $\gamma \approx 27,22688$  es la constante de crecimiento de los grafos planos ( $g = 0$ ), determinada previamente en [9].

*Para  $g = 1$  se tiene*

$$A_1(n) \sim c_1 \log n \gamma^n n!, \quad n \rightarrow \infty.$$

El hecho de que la estimación para el toro ( $g = 1$ ) sea algo diferente es producto del comportamiento analítico de la singularidad de la función generadora correspondiente, pero no tiene mayor significación. Todas las constantes que mencionamos están bien definidas analíticamente; dado que son difíciles de enunciar con precisión, en este resumen se dan únicamente valores aproximados.

El resultado anterior prueba también que  $A_g(n)$  es asintóticamente igual al número de grafos de género  $g$ , es decir, aquellos grafos en  $S_g$  que no pueden ser inmersos en una superficie de género inferior, ya que el término subexponencial crece con el género.

La estimación anterior refina considerablemente el resultado  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_g(n)/n!)^{1/n} = \gamma$  establecido en [12]. La demostración combina las técnicas de enumeración de mapas de género  $g$  [1, 2, 3] (un mapa es un grafo con una inmersión dada en una superficie), los resultados sobre grafos planos obtenidos en [9], elementos de la teoría de grafos en superficies [14] (en particular, el concepto de *face width*), y las herramientas de la combinatoria analítica [8], que incluyen la derivación de estimaciones asintóti-

cas utilizando análisis de singularidades, y las leyes límite de probabilidad mediante el uso de funciones características.

Las mismas técnicas analíticas nos permiten extender resultados básicos sobre grafos planos aleatorios, establecidos en [9] y [11], a géneros arbitrarios. De hecho, las leyes límite fundamentales, como el número de aristas, número de componentes conexas, 2-conexas y 3-conexas, tamaño de la componente y del bloque máximo, *no dependen del género*.

**Teorema 2** *Dado un género  $g$  fijo, sea  $R_n$  un grafo etiquetado aleatorio con  $n$  vértices de género  $g$ , con la distribución uniforme entre todos los grafos con  $n$  vértices. Entonces, con probabilidad  $\rightarrow 1$  cuando  $n \rightarrow \infty$ , tenemos:*

1. *El número de aristas de  $R_n$  es asintóticamente normal, con esperanza y varianza lineal. La esperanza es  $\sim 2,21326n$ .*
2. *Dado un grafo plano  $H$ ,  $R_n$  contiene un número lineal de copias inducidas disjuntas de  $H$ .*
3. *El número de componentes conexas es asintóticamente  $1 + \text{Poisson}(0,037439)$ .*
4. *Existe una componente conexa gigante  $C$ , y el número esperado de vértices que no están en  $C$  es  $0,038191$ .*
5. *Existe un único bloque (componente 2-conexa) gigante, cuyo tamaño está distribuido según una ley de Airy (una ley estable de parámetro  $3/2$ ), con esperanza  $\sim 0,95982n$ . Los restantes bloques son de tamaño  $O(n^{2/3})$ .*

6. *Existe una única componente 3-conexa gigante, cuyo tamaño tiene esperanza  $\sim 0,7n$ . Las restantes componentes 3-conexas son de tamaño  $O(n^{2/3})$ .*

La forma típica de un grafo aleatorio de género  $g$  es la siguiente. Tal como afirma el teorema anterior existe una única componente 3-conexa gigante  $T$ . El grafo  $T$  tiene una inmersión única en  $S_g$ . Con alta probabilidad, las restantes componentes 3- y 2-conexas son planas, es decir, el grafo  $T$  es el que, de hecho, da el género. Propiedades macroscópicas como el número de aristas o el tamaño del bloque más grande no nos permiten distinguir cuál es el género.

En el caso de grafos planos y familias de grafos relacionadas (por ejemplo, grafos series-paralelos), tenemos también información precisa sobre la distribución de los grados de los vértices [6, 5, 7, 10].

**Teorema 3** *Sea  $R_n$  un grafo aleatorio plano con  $n$  vértices. Para todo  $k \geq 1$  fijo el número de vértices de grado  $k$  es lineal. Más concretamente, existe  $d_k$  tal que el número esperado de vértices de grado  $k$  es  $\sim d_k n$ .*

*Para  $k \rightarrow \infty$  tenemos*

$$d_k \sim c \cdot n^{-1/2} q^k,$$

*donde  $c$  y  $q \approx 0,67345$  son constantes bien definidas.*

*Si  $\Delta_n$  es el grado máximo de  $R_n$ , entonces*

$$E(\Delta_n) \leq \frac{1}{\log(1/q)} \log n.$$

Conjeturamos que, con alta probabilidad,  $\Delta_n$  es  $\sim \frac{1}{\log(1/q)} \log n$ . El orden de magnitud es el correcto, ya que se ha probado [13] que

$$c \log n < \Delta_n < C \log n$$

con alta probabilidad para ciertas constantes  $c < C$ .

## Referencias

- [1] E. A. Bender, E. R. Canfield, The asymptotic number of maps on a surface, *J. Combin. Theory, Ser. A* 43 (1986), 244–257.
- [2] E. A. Bender, E. R. Canfield, L. B. Richmond, The asymptotic number of maps on a surface. II. Enumeration by vertices and faces, *J. Combin. Theory Ser. A* 63 (1993), 318–329.
- [3] E. A. Bender, Z. Gao, B. L. Richmond, N. C. Wormald, Asymptotic properties of rooted 3-connected maps on surfaces, *J. Austral. Math. Soc. Ser. A* 60 (1996), 31–41.
- [4] G. Chapuy, E. Fusy, O. Giménez, B. Mohar, M. Noy, Asymptotic enumeration and limits laws of graphs of genus  $g$  (en preparación).
- [5] M. Drmota, O. Giménez, M. Noy, Vertices of given degree in series-parallel graphs, *Random Structures Algorithms* (39 pp., aceptado para su publicación).
- [6] M. Drmota, O. Giménez, M. Noy, Degree distribution in random planar graphs (35 pp., enviado para su publicación a *Trans. Amer. Math. Soc.*).
- [7] M. Drmota, O. Giménez, M. Noy, Maximum degree of random planar graphs (en preparación).
- [8] P. Flajolet, R. Sedgewick, *Analytic Combinatorics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
- [9] O. Giménez, M. Noy, Asymptotic enumeration and limits laws of planar graphs, *J. Amer. Math. Soc.* 22 (2009), 309–329.
- [10] O. Giménez, M. Noy, Counting planar graphs and related families of graphs, 42 pp., se publicará en *Surveys in Combinatorics 2009*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [11] O. Giménez, M. Noy, J. Rué, Graph classes with given 3-connected components: asymptotic enumeration and random graphs (26 pp., manuscrito).
- [12] C. McDiarmid, Random graphs on surfaces, *J. Combin. Theory Ser. B* 98 (2008), 778–797.
- [13] C. McDiarmid, B. Reed, On the maximum degree of a random planar graph, *Combin. Probab. Comput.* 17 (2008), 591–601.
- [14] B. Mohar, C. Thomassen, *Graphs on surfaces*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 2001.

**Nombre:** Isabel Hubard

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** hubard@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Poliedros mediales

**Resumen:** Empezando con la noción clásica de "truncamiento total" de los vértices de poliedros convexos, motivaremos la definición de mediales

de poliedros abstractos. Veremos que el resultado de esta operación es otra vez un poliedro (abstracto) y estudiaremos sus simetrías en relación a aquellas del poliedro original.

**Nombre:** Jürgen Bokowski

**Institución:** Technische Universität Darmstadt

**Correo:** juergen.bokowski@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Sobre la gráfica completa con siete puntos, pero interpretaciones y generalizaciones insospechables

**Co-autores:** T. Pisanski

**Resumen:** We provide a link between topological graph theory and pseudoline arrangements from the theory of oriented matroids. We investigate and generalize a function  $f$  that assigns to each simple pseudoline arrangement with an even number of elements a pair of complete-graph embeddings on a surface. Each element of the pair keeps the information of the oriented matroid we started with. We call a simple pseudoline arrangement triangular, when the cells in the cell decomposition of the projective plane are 2-colorable and when one color class of cells consists of triangles only. Precisely for triangular pseudoline arrangements, one element of the image pair of  $f$  is a triangular complete-graph embedding on a surface. We obtain all triangular complete-graph embeddings on surfaces this way, when we extend the definition of triangular complete pseudoline arrangements in a natural way to that of triangular curve arrangements on surfaces in which each pair of curves has a point in common where they cross. Thus Ringel's results on the triangular complete-graph embeddings can be interpreted as results on curve

arrangements on surfaces. Furthermore, we establish the relationship between 2-colorable curve arrangements and Petrie dual maps. A data structure, called intersection pattern is provided for the study of curve arrangements on surfaces. Finally we show that an orientable surface of genus  $g$  admits a complete curve arrangement with at most  $2g + 1$  curves in contrast to the non-orientable surface where the number of curves is not bounded.

**Nombre:** Nicolas Campanelli

**Institución:** Universidad de Sonora

**Correo:** campi5151@gmail.com

**Nivel:** Reporte de Tesis

**Título de la ponencia:** Gráficas perfectamente coloreables

**Co-autores:** Frías Armenta Eduardo Martín

**Resumen:** En 1984, Chvátal definió las gráficas perfectamente ordenables. Ya existen desde entonces algunas clases de gráficas perfectamente ordenables conocidas como las gráficas de comparabilidad y las gráficas trianguladas. Aquí introducimos una nueva clase de gráficas perfectamente ordenables que llamaremos las perfectamente coloreables y daremos su caracterización.

**Nombre:** Gelasio Salazar

**Institución:** Universidad Autónoma de San Luis Potosí

**Correo:** gsalazar@ifisica.uaslp.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Apareamientos armónicos

**Co-autores:** Gabriela Araujo, Jozsef Balogh, Ruy Fábila, Jorge Urrutia

**Resumen:** En el problema de los apareamien-

tos armónicos, se tienen  $n$  puntos en posición convexa, etiquetados inyectivamente con los enteros  $0, 1, \dots, n$ , y la arista geométrica que une cada par de puntos recibe como etiqueta la suma (módulo  $n$ ) de sus extremos. En esta gráfica geométrica, un conjunto de aristas es *armónico* si ningún par de aristas en el conjunto tiene la misma etiqueta. El problema consiste en encontrar el apareamiento armónico  $HM(S)$  más grande en un conjunto de puntos  $S$ , y, en general, el ínfimo  $HM(n)$  de  $HM(S)$  tomado sobre todos los conjuntos  $S$  de  $n$  puntos. Es trivial demostrar que  $HM(n) \geq \sqrt{n}$ , pero la mejor cota superior conocida es lineal en  $n$ . En esta plática esbozaremos nuestra demostración de que  $HM(n) \geq n^{2/3}$ , la mejor cota inferior conocida hasta el momento.

**Nombre:** Julian Alberto Fresán

**Institución:** UAM Cuajimalpa

**Correo:** julibeto@hotmail.com

**Nivel:** Divulgación

**Título de la ponencia:** Un modelo para la creación de horarios en la UAM Cuajimalpa

**Co-autores:** Pilar Valencia Saravia

**Resumen:** El problema de la asignación de horarios es uno de los más comunes en las universidades. Se trata de optimizar la asignación de los maestros que impartirán distintos cursos en ciertos espacios de tiempo. Este problema tiene varias restricciones evidentes: un curso no puede ser asignado a varios profesores, dos cursos no pueden ocupar el mismo salón a la misma hora y deben estar disponibles horarios para todas las materias a impartir en ciclo dado (es decir, no tiene sentido abrir cursos de materias que no se requiera cursar en el ciclo que se planea). Además también tenemos otras restriccio-

nes más suaves que debemos tomar en cuenta, como son la preferencia de horarios de los profesores, así como su preferencia de materias, entre otras.

Debido a la diversidad de restricciones, y las particulares características de cada institución, el problema de la creación de horarios no permite encontrar una solución única para todas las asignaciones posibles. Por ello, aún en escuelas pequeñas, la solución a este problema puede volverse extremadamente complicada. Cuando las soluciones son obtenidas manualmente, el riesgo de cometer errores es muy alto: profesores que se quedan sin grupo asignado, alumnos que no pueden inscribirse a las materias que les corresponden, grupos con cupo insuficiente o profesores con 2 o más cursos en la misma hora son solo algunos de los problemas que pueden presentarse con una asignación de este tipo.

En este trabajo planteamos un modelo para la asignación de horarios de las carreras de Ingeniería en Computación y Matemáticas Aplicadas de la UAM Cuajimalpa, planteando un modelo de Teoría de Gráficas que considera nuestras condiciones específicas. En él, la solución propuesta se logra mediante la localización de un conjunto independiente maximal en cierta gráfica asociada al problema.

**Nombre:** Paco Larrión

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** paco@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** El grupo fundamental de la gráfica de clanes

**Co-autores:** M. A. Pizaña y R. Villarroel-Flores

**Resumen:** Un *clan* de una gráfica  $G$  es una subgráfica completa maximal de  $G$ . La *gráfica*

de clanes de  $G$  es la gráfica  $K(G)$  de intersección de los clanes de  $G$ , así que los vértices de  $K(G)$  son los clanes de  $G$ , y dos de ellos son vecinos en  $K(G)$  si son distintos y comparten al menos un vértice. Por otra parte, cada gráfica  $G$  puede verse como un espacio topológico a través de su *complejo de completas*, el cual tiene los mismos vértices que  $G$  y a las subgráficas completas de  $G$  por simplejos. De esta manera podemos aplicar nociones y construcciones topológicas a las gráficas.

Erich Prisner probó en 1992 que el primer grupo de homología módulo dos de  $K(G)$  es el mismo que el de  $G$ , y nosotros hemos probado recientemente que incluso el grupo fundamental de  $K(G)$  es el mismo que el de  $G$ , lo cual es una afirmación más fuerte.

## Martes 3 de marzo de 2009

**Nombre:** Eduardo Rivera Campo

**Institución:** UAM Iztapalapa

**Correo:** erc@xanum.uam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Árboles generadores en gráficas abstractas y en gráficas geométricas

**Resumen:** Discutiremos condiciones suficientes para que gráficas abstractas contengan árboles generadores con grados acotados y condiciones suficientes para que gráficas geométricas contengan árboles generadores planos.

**Nombre:** Déborah Oliveros

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** dolivero@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Como iluminar politopos con el mínimo número de focos

**Resumen:** En esta plática discutiremos varias maneras alternativas para encontrar este número. En particular platicaremos el siguiente problema de separación formulado por K. Bezdek in 1991: Si el origen de  $R^n$  es un punto en el interior de un conjunto convexo, determinar el mínimo número de hiperplanos que se requieren para separar de forma estricta el origen de cualquier cara de la polar  $K^*$  de  $K$ .

**Nombre:** Javier Cano Vila

**Institución:** UNAM

**Correo:** himura.kno@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Iluminación en galerías de arte curvilíneas

**Co-autores:** Joel Espinosa Longi, Jorge Urrutia Galicia

**Resumen:** Se presentan cotas para el número

de puntos y vértices guardia necesarios y suficientes para iluminar una galería de arte, en la cual se permite que las paredes sean curvas convexas. Sorprendentemente, en este caso particular de polígonos, se da que la cota para vértices guardia es mayor que el número de puntos guardia suficientes para iluminar dicha clase de polígonos. Esta variante del problema de la galería de arte, es la primera en la que se conocen cotas distintas para vértices y puntos guardia.

**Nombre:** Christian Rubio Montiel

**Institución:** UNAM

**Correo:** ok.rubio@gmail.com

**Nivel:** Reporte de Tesis

**Título de la ponencia:** Sobre el índice acromático y pseudoacromático de gráficas completas

**Co-autores:** Gabriela Araujo-Pardo

**Resumen:** Cuando  $q$  es potencia de dos,  $n$  es  $q^2 + q + 1$  y  $m$  es  $n + q$ , encontraremos que coincide el índice acromático y el índice pseudoacromático de la gráfica completa de orden  $m$ . Utilizaremos las propiedades combinatorias del plano proyectivo de orden  $n$  para encontrar que dicho valor es  $q \cdot m$ .

**Nombre:** M. Gabriela Araujo Pardo

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** garaujo@math.unam.mx

**Nivel:** Divulgación

**Título de la ponencia:** Construcciones geométricas de gráficas regulares de orden mínimo y cuello 6

**Co-autores:** Camino Balbuena

**Resumen:** En este trabajo utilizamos las propiedades geométricas del plano proyectivo de orden  $q$  para construir gráficas bipartitas de cue-

llo 6. Concretamente, construimos gráficas  $q$ -regulares de orden  $2(q^2 - 1)$  y  $k$ -regulares de orden  $2(qk - 2)$  cuando  $k \leq q - 1$ . Estas son las gráficas regulares de menor orden que se conocen hasta el momento además de que mejoran las cotas que se tenían para gráficas de cuello 6.

**Nombre:** Ricardo Gómez

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** rgomez@math.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Cuello, grado mínimo y transversales independientes a trayectorias de longitud máxima

**Co-autores:** Hortensia Galeana-Sánchez y Juan José Montellano Ballesteros

**Resumen:** Presentamos tres condiciones, cada una de las cuales es suficiente para que en una digráfica  $D$  todo conjunto independiente maximal intersekte a toda trayectoria de longitud máxima. Las condiciones están dadas en términos del cuello dirigido  $\mathcal{C}(D)$  (longitud de un ciclo dirigido de longitud mínima), del grado mínimo  $\delta(D)$  (el mínimo de los in-grados y ex-grados de los vértices) y de la longitud  $k$  de una trayectoria de longitud máxima. Todas las digráficas que consideraremos satisfacen  $\delta(D) \geq 2$ . Las condiciones son las siguientes:

- $k \leq \max \left\{ \frac{3\mathcal{C}(D)}{2} + \delta(D) - 4, \mathcal{C}(D) + 2\delta(D) - 6 \right\}$   
y  $k \geq 5$
- $\mathcal{C}(D) \geq 3$  y  $k \leq 2\delta(D) + 1$
- $\delta(D) \geq \frac{2}{3}(k + 1)$ .

**Nombre:** David Flores-Peñaloza  
**Institución:** UNAM  
**Correo:** colegadavid@gmail.com  
**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Triángulos monocromáticos vacíos en conjuntos de puntos bicoloreados.

**Co-autores:** O. Aichholzer, R. Fabila-Monroy, T. Hackl, C. Huemer, J. Urrutia.

**Resumen:** Erdős y Guy plantearon en 1973 el siguiente problema: ¿Cuál es el mínimo número de  $k$ -ágonos convexos que determina cualquier conjunto de  $n$  puntos (sin tres de ellos colineales) en el plano?

Una respuesta trivial para el caso  $k = 3$  es  $\binom{n}{3}$ . Si además se pide que los triángulos sean vacíos, entonces Katchalski y Meir probaron que hay al menos  $\binom{n-1}{2}$ , y mostraron que existe una constante  $c$  tal que  $cn^2$  es una cota superior. Después de esto han surgido varios artículos en donde se refinan estas cotas.

En este trabajo consideramos una variante de este conteo de triángulos vacíos: ahora los puntos de nuestros conjuntos son bicoloreados, y nos preguntamos por el número de triángulos monocromáticos (los tres vértices del mismo color) vacíos que necesariamente existen.

Como resultado principal, mostramos que siempre hay un número súper-lineal de estos triángulos. Concretamente probamos una cota inferior de  $\Omega(n^{\frac{5}{4}})$  triángulos monocromáticos vacíos.

**Nombre:** Marcelino Ramírez Ibáñez  
**Institución:** IMATE-UNAM sede Oaxaca  
**Correo:** marchelino@gmail.com  
**Nivel:** Póster  
**Título de la ponencia:** Complejos matroidales

y una conjetura de Stanley

**Resumen:** Dado un matroide, las bases del matroide nos dan un complejo simplicial (puro) que llamamos complejo matroidal el cual es “shellable”. Asociado al complejo simplicial tenemos el  $f$ -vector y el  $h$ -vector, el  $f$ -vector enumera las caras del complejo y el  $h$ -vector nos da información sobre el “shelling”. Richard Stanley conjetura que el  $h$ -vector de un complejo matroidal es la sucesión de grados de algún multicomplejo (puro), donde un multicomplejo es un orden ideal del conjunto parcialmente ordenado  $\mathbb{N}^n$ . Es muy natural hacerse esta pregunta, pues uno esperaría que esto pasara. Sin embargo, como dice el propio Stanley, “es una pregunta intrigante en la teoría de matroides”. En el presente trabajo daremos algunas familias de matroides que satisfacen la conjetura de Stanley

**Nombre:** Isabel Helena Urrutia Schroeder  
**Institución:** Facultad de Ciencias, UNAM  
**Correo:** izzybee@gmail.com  
**Nivel:** Póster  
**Título de la ponencia:** Por anunciar.  
**Co-autores:** Andres Jacinto Ruiz Vargas

**Nombre:** Andres Jacinto Ruiz Vargas  
**Institución:** Facultad de Ciencias, UNAM  
**Correo:** andresruiz1904@gmail.com  
**Nivel:** Póster  
**Título de la ponencia:** Por anunciar.  
**Co-autores:** Isabel Urrutia

**Nombre:** Maia Fraser  
**Institución:** ESFM, Instituto Politécnico Nacional

**Correo:** fraser.maia@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** El ruteo local en superficies de genero arbitrario

**Resumen:** Mostramos que existe un algoritmo de ruteo local transportando memoria logarítmica que es correcto en gráficas encajadas en superficies de género arbitrario. El algoritmo propuesto es una generalización (más glotona) del algoritmo para el toro propuesto por el autor en el vigésimo segundo coloquio y su corrección se demuestra por inducción en el género, utilizando técnicas de la topología geométrica. Estos algoritmos generalizan el ruteo por caras a superficies de género positivo pero terminan en tiempo cuadrático en el orden de la gráfica, mientras el ruteo por caras en el plano termina en tiempo lineal. Sin embargo, la única alternativa (determinística) conocida para el ruteo local en gráficas tridimensionales (como en gráficas no geométricas) es el ruteo por secuencias universales que solo garantiza la entrega en tiempo  $O(n^c)$ , donde (hasta la fecha)  $c \gg 8$ .

**Nombre:** Mucuy-kak Guevara

**Institución:** Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona

**Correo:** guevara@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Propiedades estructurales de las digráficas núcleo imperfectas críticas

**Co-autores:** Camino Balbuena, Hortensia Galeana-Sánchez

**Resumen:** Un *núcleo* de una digráfica es un conjunto de vértices independiente y absorbente. Una digráfica es llamada *núcleo imperfecta crítica* si no tiene núcleo pero cada subdigráfica inducida propia sí lo tiene. Berge y Duchet [Re-

cent problems and results about kernels in directed graphs. Discrete Math. 86:27–31, 1990], demostraron que una digráfica núcleo imperfecta crítica es fuertemente conexa. Así que una cuestión interesante es la de conocer las conexidades tanto en vértices como en aristas,  $\kappa$  y  $\lambda$ . En esta plática mostraremos que bajo ciertas circunstancias las digráficas núcleo imperfectas críticas son 2-arista conexas, esto es que  $\lambda(D) \geq 2$ . Además se estudiará la estructura que resulta al eliminarles uno o dos vértices.

## Miércoles 4 de marzo de 2009

**Nombre:** Jorge Urrutia

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** urrutia@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Por anunciar.

**Nombre:** Crevel Bautista Santiago

**Institución:** UNAM

**Correo:** bautistac@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Calculando islas maximales

**Co-autores:** J. M. Díaz-Báñez, D. Lara, P. Pérez-Lantero, J. Urrutia, I. Ventura

**Resumen:** Sea  $S$  un conjunto de puntos en el plano en posición general, tal que cada uno de sus elementos está coloreado con color rojo ó azul. Decimos que un subconjunto de puntos  $\mathcal{I} \subset S$  es una isla monocromática en  $S$  si cada punto en la frontera o interior de su cierre convexo pertenece a la misma clase cromática. Proporcionamos un algoritmo que en  $O(n^3)$  nos permite encontrar la isla monocromática con el mayor número de puntos en su cierre convexo.

**Nombre:** Rafael López Bracho

**Institución:** UAM Azcapotzalco

**Correo:** rlb@correo.azc.uam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Las gráficas  $n$ -polígono reducibles

**Co-autores:** Rafael López Bracho y M. Guadalupe Rodríguez Sánchez

**Resumen:** Se dice que una gráfica conexa  $G$  es serie-paralelo reducible si se puede reducir a un

solo vértice por una secuencia de operaciones de reducción serie-paralelo. Cada una de estas operaciones reduce el número de aristas de la gráfica. Se sabe que las gráficas serie – paralelo reducibles son aquellas gráficas que no contienen a  $K_4$  como menor. Transformaciones triángulo  $\rightarrow$  estrella permiten transformar una gráfica en otra gráfica equivalente, sin modificar el número de aristas. Aplicar a  $K_4$  esta transformación seguida de operaciones serie – paralelo la reduce a un solo vértice. En general se dice que una gráfica conexa es triángulo  $\rightarrow$  estrella reducible si se puede reducir a un solo vértice por una secuencia de operaciones de reducción serie – paralelo y de transformaciones triángulo  $\rightarrow$  estrella. El-Mallah y Colbourn (1990), caracterizaron las gráficas aplanables que son triángulo  $\rightarrow$  estrella reducibles.

No cualquier gráfica es triángulo  $\rightarrow$  estrella reducible. En este trabajo abordamos la búsqueda de una respuesta a las siguientes preguntas: ¿Dada una gráfica  $G$  existe un polígono de tamaño  $n$ , junto con una transformación  $n$ -polígono  $\rightarrow n$ -estrella que llamaremos transformación  $n$ -polígono, tal que al aplicarse en forma secuencial junto con operaciones de reducción serie – paralelo transforme a  $G$  en una gráfica serie paralelo – reducible? En caso afirmativo se dirá que la gráfica  $G$  es  $n$ -polígono reducible. ¿Cuál es el mínimo valor de  $n$  tal que  $G$  es  $n$ -polígono reducible? Este valor de  $n$  diremos que es el número de reducción polinomial de  $G$ . Presentaremos algunas familias de gráficas para las que se conoce este número.

**Nombre:** Jorge Antonio López Rentería

**Institución:** Universidad de Sonora

**Correo:** jyan8285@gmail.com

**Nivel:** Reporte de Tesis

**Título de la ponencia:** Búsqueda de valores propios usando técnicas de teoría de gráficas

**Co-autores:** Martín Eduardo Frías Armenta

**Resumen:** Dado un sistema de control  $\dot{x} = Ax + Bu$ , se necesita encontrar la matriz cambio de coordenadas  $P$ , tal que  $P^{-1}AP$  tenga forma de Jordan y aplicar los teoremas convenientes de controlabilidad que requieren que la matriz  $A$  tenga esa forma. El problema se presenta cuando se tienen sistemas a gran escala y se dificulta el cálculo de valores propios, los cuales forman a la matriz  $P$ . En el presente trabajo se presenta una técnica para encontrar los valores propios del sistema, utilizando teoría de gráficas como herramienta para dicha tarea.

## Jueves 5 de marzo de 2009

**Nombre:** Luis Montejano Peimbert

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** luis@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** La topología en el estudio de las transversales

**Resumen:** En esta plática discutiremos ciertos teoremas nuevos en la teoría geométrica de transversales que están íntimamente relacionados con resultados de topología en el estilo de la categoría de Lusternik-Schnirelmann. La interacción se da siguiendo el espíritu de los Teoremas Helly-Coloreados de Barany-Lovasz. El resultado de esta mezcla da lugar a interesantes resultados y conjeturas.

**Nombre:** Rafael Villarroel Flores

**Institución:** Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

**Correo:** rvf0068@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Clan-comportamiento de gráficas localmente pequeñas

**Co-autores:** Paco Larrión, Miguel Pizaña

**Resumen:** Dada  $H$  una gráfica simple, decimos que la gráfica  $G$  es localmente  $H$  si la subgráfica de  $G$  inducida por la vecindad abierta de cada vértice de  $G$  es isomorfa a  $H$ . Hall clasificó en 1985 las gráficas  $H$  de a lo más 6 vértices tales que existe al menos una gráfica finita  $G$  localmente  $H$ .

La gráfica de clanes  $K(G)$  de  $G$  es la gráfica de intersección de las subgráficas completas maximales de  $G$ . Gráficas iteradas de clanes se definen por medio de:  $K^n(G) = K^{n-1}(K(G))$  para  $n \geq 2$ . Determinar el clan-comportamiento

de  $G$  significa clasificar el comportamiento de la sucesión de órdenes de las gráficas iteradas de clanes entre tender a infinito y estar acotada.

En esta plática se esboza la demostración de que si  $G_1$  y  $G_2$  son dos gráficas localmente  $H$ , donde  $H$  tiene a lo más 6 vértices, entonces  $G_1$  y  $G_2$  tienen el mismo clan-comportamiento.

**Nombre:** Miguel Pizaña

**Institución:** UAM Iztapalapa

**Correo:** map@xanum.uam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** ¿Qué hacer cuando ninguna técnica funciona?

**Co-autores:** Paco Larrión, Rafael Villarroel-Flores

**Resumen:** El circulante  $C_n(1, 2, 4)$  se presentó como un caso importante en el estudio del clan-comportamiento de las gráficas localmente chicas, pero ninguna técnica conocida para determinar el clan-comportamiento servía para este caso (ni retracciones, ni cubrimientos, ni expansivas, ni desmontamientos, ni rango divergentes, ni relojes, ni nada). En esta plática daremos un esbozo de la prueba de su clan-divergencia.

**Contexto:** Se sabe que la gráfica aleatoria es clan-divergente pero no se sabe si el clan-comportamiento es computable, de hecho, existe una gráfica de 8 vértices (el "snub disphenoid") que nadie sabe si es clan-divergente o no. Las gráficas iteradas de clanes han sido usadas para atacar problemas de renormalización en Gravitación Cuántica de Bucles (Loop Quantum Gravity) y para explicar el espacio-tiempo cuántico como una propiedad emergente de la realidad discreta subyacente a la escala de Plank.

**Definiciones:** Dada una gráfica  $G$ , su gráfica de clanes  $K(G)$  es la gráfica de intersección de todas las subgráficas completas maximales de  $G$ . Las gráficas iteradas de clanes de  $G$  se definen inductivamente por  $K^0(G) = G$  y  $K^{n+1}(G) = K(K^n(G))$ . Se dice que una gráfica es clan-divergente si la sucesión de órdenes de sus gráficas iteradas de clanes crece sin cota. Determinar el clan-comportamiento de una gráfica significa determinar si la gráfica es clan-divergente o no.

**Nombre:** Gloria Aguilar Cruz

**Institución:** Departamento de Matemáticas, CINVESTAV

**Correo:** ac.gloria@gmail.com

**Nivel:** Reporte de Tesis

**Título de la ponencia:** Triangulaciones unimodulares de polígonos

**Co-autores:** Francisco Javier Zaragoza Martínez

**Resumen:** Sea  $P$  un polígono con vértices en  $Z^2$  (posiblemente no convexo y con agujeros poligonales, pero sin cruces de aristas) y sea  $T_P$  una triangulación unimodular de  $P$ , es decir, los vértices de cada triángulo tienen coordenadas enteras y el área de cada uno es  $1/2$ . Sean  $abd$  y  $bcd$  dos triángulos en  $T_P$  tales que el cuadrilátero  $abcd$  es estrictamente convexo, entonces un flip es la operación que cambia los triángulos  $abd$  y  $bcd$  por los triángulos  $abc$  y  $acd$ .

La gráfica de flips de  $P$  es la que tiene como vértices a las triangulaciones unimodulares de  $P$  y que tiene una arista entre dos triangulaciones si una se puede llevar a la otra usando exactamente un flip. Demostraremos que la gráfica de flips es conexa.

**Nombre:** José Luis Cosme Álvarez

**Institución:** UAM Iztapalapa

**Correo:** cosmos073@hotmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Una modificación a una conjetura de Neumann-Lara sobre la tensión de torneos regulares.

**Co-autores:** Bernardo Llano

**Resumen:** La inconexión acíclica,  $\vec{\omega}(D)$  de una digráfica  $D$  se define como el máximo número de colores necesarios para colorear los vértices de  $D$ , de tal manera que no se induzcan ciclos dirigidos bien coloreados.

En 1999, Víctor Neumann-Lara demuestra que si un torneo regular  $T$  no es simple (es decir, es isomorfo a una composición), entonces no es tenso ( $\vec{\omega}(D) > 2$ ) y conjetura que el recíproco es también cierto. Esta conjetura es fuertemente reforzada con los trabajos posteriores sobre clases especiales de torneos regulares simples tensos. En esta plática proponemos una familia infinita de torneos regulares simples no tensos y hacemos una modificación a dicha conjetura en un sentido más general que el propuesto por Neumann-Lara.

**Nombre:** Criel Merino López

**Institución:** IMATE-UNAM sede Oaxaca

**Correo:** merino@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Permutaciones alternantes y gráficas completas

**Resumen:** Una permutación  $\sigma \in S_n$  es alternante si  $\sigma(1) < \sigma(2) > \sigma(3) < \dots$ . En esta plática exponemos la interpretación de permutaciones alternantes como árboles generadores crecientes en la gráfica completa. A su vez, el número de estos es una evaluación del polino-

mio de inversión asociado a la gráfica completa. El objetivo final es exponer éstas en términos del polinomio de Tutte.

**Nombre:** Bernardo Llano Pérez

**Institución:** UAM Iztapalapa

**Correo:** llano@xanum.uam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Torneos regulares 3-existencialmente cerrados

**Co-autores:** Rita Zuazua

**Resumen:** En esta plática se define el concepto de un torneo  $k$ -existencialmente cerrado, se dará un panorama de los resultados conocidos para el caso  $k = 2$  y exponen nuevos resultados para  $k = 2, 3$ .

**Nombre:** Rita Zuazua

**Institución:** Facultad de Ciencias, UNAM

**Correo:** ritazuazua@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Torneos de Szekeres 3-existencialmente cerrados

**Co-autores:** Bernardo Llano

**Resumen:** En esta plática se definirán los torneos de tipo Szekeres, algunas de sus propiedades y se analizará bajo qué condiciones son 3-existencialmente cerrados.

**Nombre:** Ana Paulina Figueroa

**Institución:** Facultad de Ciencias, UNAM

**Correo:** apaulinafg@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Vértices de torneos 3-partitos regulares que no pertenecen a ningún triángulo dirigido

**Co-autores:** Bernardo Llano y Rita Zuazua

**Resumen:** Un torneo  $c$ -partito es una orientación de una gráfica  $c$ -partita completa.

En 1994, Guo y Volkmann demostraron que en cada parte de un torneo  $c$ -partito fuertemente conexo, existe al menos un vértice que está en un  $m$ -ciclo dirigido para cada  $m = 3, \dots, c$ .

Zhou, Yao y Zhang demostraron en 1998 que si  $c > 3$  y  $T$  es un torneo  $c$ -partito regular, entonces cada vértice está en un  $m$ -ciclo dirigido para  $m = 3, \dots, c$ . Por otra parte, Volkmann encontró una familia infinita de torneos tripartitos regulares en los que existen vértices que no están en un triángulo dirigido.

En esta plática mostraremos resultados sobre la distribución de éstos vértices en los torneos tripartitos fuertemente conexos.

**Nombre:** Juan Jose Montellano Ballesteros  
**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM  
**Correo:** juancho@matem.unam.mx  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** Entre Turán y anti-Ramsey  
**Resumen:** En esta plática veremos algunos resultados en problemas tipo anti-Ramsey y su relación con ciertos problemas extremales (tipo Turán).

**Nombre:** Ricardo Strausz  
**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM  
**Correo:** strausz@math.unam.mx  
**Nivel:** Investigación  
**Título de la ponencia:** Sobre el número pancromático  
**Co-autores:** Hortensia Galeana  
**Resumen:** El número pancromático de una digráfica es el máximo número de colores  $k$  para el cual toda  $k$ -coloración de sus aristas acepta un núcleo por trayectorias monocromáticas. Una digráfica  $D$  se dice pancromática si para

todo  $k$  y para toda  $k$ -coloración,  $D$  acepta un núcleo por trayectorias monocromáticas. En esta plática, exhibiremos clases de digráficas pancromáticas y cotas para el número pancromático.

## Viernes 6 de marzo de 2009

**Nombre:** Hortensia Galeana Sánchez

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** hgaleana@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Núcleos por trayectorias monocromáticas en digráficas bipartitas

**Resumen:** En esta plática se expondrá un panorama de resultados sobre la existencia de núcleos por trayectorias monocromáticas en digráficas bipartitas. En particular se mostrará un resultado para digráficas bipartitas cuyos vértices tienen vecindad exterior monocromática.

**Nombre:** Rocío Juárez Cuatlapantzi

**Institución:** UNAM

**Correo:** rossjucua@hotmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Por anunciar.

**Nombre:** Guadalupe Gaytán Gómez

**Institución:** Instituto de Matemáticas, UNAM

**Correo:** ggg\_19808@hotmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Núcleos por trayectorias monocromáticas en digráficas coloreadas en sus flechas tal que cada ciclo dirigido es monocromático

**Co-autores:** Hortensia Galeana Sánchez y Rocío Rojas Monroy

**Resumen:** Diremos que  $D$  es una digráfica  $m$ -coloreada si las flechas de  $D$  son coloreadas con  $m$  colores. Una digráfica es monocromática si todas sus flechas están coloreadas con el mismo color. Una trayectoria dirigida (ciclo diri-

gido) es llamada monocromática si todas sus flechas están coloreadas del mismo color.

Sea  $D$  una digráfica  $m$ -coloreada. Un conjunto  $N$  de vértices de  $D$  será llamado un núcleo por trayectorias dirigidas monocromáticas si satisface las siguientes dos condiciones: (i) para cualesquiera dos vértices de  $N$  no existe una trayectoria dirigida monocromática entre ellos en  $D$ ; (ii) para cada vértice  $x$  que no pertenece a  $N$ , hay una trayectoria dirigida monocromática de  $x$  a un vértice de  $N$ .

Sea  $D$  una digráfica  $m$ -coloreada. Probarémos que si existen dos subdigráficas generadoras  $D_1$  y  $D_2$  de la digráfica  $D$  tales que:  $F(D_1) \cap F(D_2) = \emptyset$ ,  $F(D_1) \cup F(D_2) = F(D)$ ,  $colores(D_1) \cap colores(D_2) = \emptyset$ ; cada ciclo dirigido de  $D$  contenido en  $D_i$  es monocromático para  $i \in \{1, 2\}$ ;  $D$  no contiene  $(D_1, D, D_2)$  subdivisiones de  $C_3$  3-coloreadas y si  $(u, v, w, x)$  es una  $(D_1, D, D_2)$  subdivisión de  $P_3$  3-coloreada entonces existe una trayectoria dirigida monocromática en  $D$  entre  $u$  y  $x$ . Entonces  $D$  tiene núcleo por trayectorias dirigidas monocromáticas.

**Nombre:** Mika Olsen

**Institución:** UAM Cuajimalpa

**Correo:** olsen@matem.unam.mx

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Núcleos por trayectorias monocromáticas en digráficas de cubrimiento dos

**Co-autores:** Hortensia Galeana-Sánchez

**Resumen:** Una digráfica  $D$  tiene núcleo por trayectorias monocromáticas, si  $D$  tiene un subconjunto de vértices  $N$  tal que (i) entre dos vértices en  $N$  no hay trayectorias monocromáticas dirigidas y (ii) de cualquier vértice fuera de

$N$  hay una trayectoria dirigida monocromática a algún vértice en  $N$ . En esta plática daremos algunos resultados para digráficas de cubrimiento 2 y 3.

**Nombre:** Dario Alatorre Guzman

**Institución:** Facultad de Ciencias, UNAM

**Correo:** josearcadio@gmail.com

**Nivel:** Reporte de Tesis

**Título de la ponencia:** Sistemas textiles y teorema de descomposición para espacios de corrimiento de tipo finito bidimensionales

**Resumen:** El teorema de descomposición para espacios de corrimiento de tipo finito bidimensionales dice que cualquier conjugación entre espacios de este tipo puede ser presentada como una sucesión finita de operaciones sobre las gráficas que definen a cada espacio. Sin embargo, el concepto *gráfica que define a cada espacio* en dimensiones superiores no es tan inmediato. Para evitar dificultades de este tipo usaremos la noción de sistemas textiles, una manera alternativa de ver a los espacios de corrimiento de tipo finito bidimensionales y, para los cuales, el teorema de descomposición es muy similar al de una dimensión.

**Nombre:** Isidoro Gitler

**Institución:** Departamento de Matemáticas, CINVESTAV

**Correo:** igitler@gmail.com

**Nivel:** Investigación

**Título de la ponencia:** Por anunciar.